



(12)发明专利申请

(10)申请公布号 CN 106844967 A

(43)申请公布日 2017.06.13

(21)申请号 201710049730.4

(22)申请日 2017.01.23

(71)申请人 南京航空航天大学

地址 210000 江苏省南京市白下区御道街  
29号

(72)发明人 肖玲斐 丁润泽

(74)专利代理机构 南京瑞弘专利商标事务所  
(普通合伙) 32249

代理人 张婷婷

(51)Int. Cl.

G06F 17/50(2006.01)

权利要求书4页 说明书13页 附图6页

(54)发明名称

一种谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法

(57)摘要

本发明公开了一种谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法,采用一种新型二次型积分滑模面,提出了一种新颖的谐波齿轮传动系统滑模控制器的设计方法。首先对谐波齿轮系统进行数学建模,再针对模型设计二次型积分滑模面,并基于此二次型积分滑模面,设计非匹配不确定谐波齿轮二次型积分滑模控制器,还通过采用双曲正切函数来对抖动进行抑制。考虑到谐波齿轮系统中存在的不确定性以及非线性,本发明提出的控制器能够有效减小系统的稳态误差,改善系统的动态性能,并对不确定性具有强鲁棒性,实现对谐波齿轮传动系统的鲁棒控制,达到通过控制手段对传动误差补偿,改善系统性能的目的。



1. 一种谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 包括以下步骤:

步骤1) 根据谐波齿轮系统满足的动力学方程, 以及电机系统满足的基尔霍夫定律, 联立得到谐波齿轮系统的数学表示;

步骤2) 对系统中存在的非线性摩擦、齿侧间隙引起的非线性扭矩以及系统的参数摄动进行建模, 完成对非线性项的数学建模;

步骤3) 将步骤1) 与步骤2) 得到的数学模型联立, 得到谐波齿轮传动系统的数学模型;

步骤4) 采用二次型积分滑模面的设计方法, 针对步骤3) 中得到的数学模型设计二次型积分滑模面;

步骤5) 基于步骤4) 中的二次型积分滑模面, 设计非匹配不确定谐波齿轮二次型积分滑模控制器, 采用双曲正切函数来对抖动进行抑制。

2. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 步骤1) 中, 所述谐波齿轮系统的数学表示为:

$$\begin{aligned} J_m \ddot{q}_m &= \frac{K_m}{R} u(t) - K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) - \frac{K_m K_b}{R} \dot{q}_m + F_m \\ J_l \ddot{q}_l &= K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) - F_l \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $J_m$  和  $J_l$  分别为谐波齿轮系统输入端和输出端的转动惯量,  $q_m$  和  $q_l$  分别是电机和载荷的角位移,  $T_m$  是电机的输入转矩,  $T_s$  为谐波齿轮输入转矩,  $F_m$  为输入端等效摩擦力矩,  $F_l$  为输出端等效摩擦力矩,  $r$  为减速比,  $K_s$  是谐波传动的弹簧系数;  $K_m$  是电机转矩常数,  $i_a$  为电流,  $u(t)$  为输入电压  $u(t)$ ,  $R$  为电机等效电阻,  $L$  为电机等效电感,  $K_b$  为电压常数,  $\omega_m$  是电机转速。

3. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 步骤2) 中, 所述非线性摩擦为:

电机侧的摩擦  $F_m(x)$  :

$$\begin{cases} F_m = -\psi_m, & \dot{q}_m = 0, |\psi_m| \leq f_{sm} \\ F_m = -\text{sgn}(\psi_m) f_{sm}, & \dot{q}_m = 0, |\psi_m| > f_{sm} \\ F_m = -\text{sgn}(\dot{q}_m) f_{cm}, & |\dot{q}_m| > 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\psi_m = -K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) + \frac{K_m}{R} u(t)$  为  $\dot{q}_m = 0$  时的输入力矩;

负载侧的摩擦  $F_l(x)$  :

$$\begin{cases} F_l = -\psi_l, & \dot{q}_l = 0, |\psi_l| \leq f_{sl} \\ F_l = -\text{sgn}(\psi_l) f_{sl}, & \dot{q}_l = 0, |\psi_l| > f_{sl} \\ F_l = -\text{sgn}(\dot{q}_l) f_{cl}, & |\dot{q}_l| > 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $\psi_l = \frac{1}{r} K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right)$  为  $\dot{q}_l = 0$  时的输入力矩。

4. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 步骤2) 中, 所述齿侧间隙引起的非线性扭矩为:

$$\Delta e(t) = \begin{cases} -\Delta\varphi - j, \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi > j \\ 0, \left| \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi \right| < j \\ -\Delta\varphi + j, \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi < -j \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\Delta e(t)$  为由齿侧间隙引起的弹性扭转角变形量,  $q_m(t)$  为输入角位移,  $q_l(t)$  为输出角位移,  $2j$  为系统的齿侧间隙,  $\Delta\varphi$  为未参与弹性变形的扭转角传动误差;

所述非线性项为:  $T_{ul}(x) = K_s \Delta e(t)$ ;

$\Delta A(x)$  为系统的状态参数摄动,  $\Delta B(x)$  为系统的控制量增益摄动。

5. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 步骤3) 中, 所述谐波齿轮传动系统的数学模型为:

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + [g(x) + \Delta g(x)]u \quad (5)$$

其中,  $u \in R$  为控制信号,  $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \dots \ f_4(x)]^T$  为动态向量,  $g(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_4(x)]^T$  为控制量增益向量,  $\Delta g(x)$  为系统的控制量参数不确定性;  $\Delta f(x) = \Delta A(x) + [0 \ -T_{ul}(x) + T_m(x) \ 0 \ T_{ul}(x) + T_1(x)]^T$ , 其中,  $\Delta A(x)$  为系统参数不确定性。

6. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 步骤4) 中, 所述二次型积分滑模面为:

$$s = \int_0^t \{x^T(t)[\Delta f(x) + \Delta g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \quad (6)$$

其中,  $x(t)$  为系统的状态向量,  $u = u_0 + u_1$ ,  $u_1$  为控制量的非线性部分,  $u_0$  为等效控制;

$b(x) \in R$ ,  $b(x) = \sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2 + \|x^T(t)g(x)\|$ , 且  $\sigma > 0$ ,  $\zeta_0 > 0$ ,  $\zeta_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数。

7. 根据权利要求1或6所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法, 其特征在于: 所述二次型积分滑模面的设计方法为:

依据谐波齿轮传动系统:

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + [g(x) + \Delta g(x)]u \quad (7)$$

引入以下假设:

假设1  $\|\Delta f(x)\| \leq \xi_1 \|x\| + \xi_0$ , 其中  $\xi_0 > 0$ ,  $\xi_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数;

假设2  $\|\Delta g(x)\| \leq \zeta_1 \|x\| + \zeta_0$ , 其中  $\zeta_0 > 0$ ,  $\zeta_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数;

定义所述谐波齿轮传动系统的二次型积分滑模函数为:

$$s = \frac{1}{2} [x^T(t)x(t) - x_0^T x_0] - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt \quad (8)$$

其中  $x_0$  为状态变量初值,  $b(x) \in R$  定义为:

$$b(x) = \sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2 + \|x^T(t)g(x)\| \quad (9)$$

且  $\sigma > 0$ , 故  $\|b(x)\|^{-1} \leq \delta$ ,  $\delta = (\sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2)^{-1}$ ; 因为所述谐波齿轮传动系统的二次型积分滑模函数(8)具有二次型结构, 因此其所对应的滑模面为一种二次型积分滑模面;

不妨假设二次型积分滑模面  $s=0$  可到达, 则有

$$\frac{1}{2}[x^T(t)x(t) - x_0^T x_0] - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt = 0 \quad (10)$$

由谐波齿轮传动系统 (7) 可推知,二次型积分滑模面为:

$$s = \int_0^t \{x^T(t)[\Delta f(x) + \Delta g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \quad (11)$$

对所述二次型积分滑模面 (11) 进行求导,并考虑谐波齿轮传动系统 (7) 和二次型积分滑模控制律,以及假设1与假设2,可得:

$$\begin{aligned} s\dot{s} \leq & \{\xi_0 + \zeta_0\beta_0 + (\xi_1 + \zeta_0\beta_1 + \zeta_1\beta_0)\|x\| + \zeta_1\beta_1\|x\|^2\}\|x\| \cdot |s| \\ & - \frac{\sigma + \|x^T(t)g(x)\|}{b(x)}(\lambda_0 + \lambda_1\|x\|)s^2 - \frac{\sigma + \|x^T(t)g(x)\|}{b(x)}(\eta_0 + \eta_1\|x\|)|s| \end{aligned} \quad (12)$$

综合得到  $s\dot{s} \leq -\varepsilon_1 s^2 - \varepsilon_2 |s|$ , 满足进入滑动模态的条件,因此二次型积分滑模面  $s(x) = 0$  可在有限时间内到达,并保持在此滑模面上。

8. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法,其特征在于:步骤5)中,设计所述谐波齿轮二次型积分滑模控制器的控制律为:

$$u = u_0 - b^{-1}(x) [(\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|)s + (\eta_0 + \eta_1 \|x\|) \operatorname{sgn}(s)] \quad (16)$$

其中

$$\lambda_0 \geq \frac{\varepsilon_1(\zeta_1\|x\|^2 + \zeta_0\|x\| + \sigma)}{\sigma} \quad (17)$$

$$\lambda_1 \geq 0 \quad (18)$$

$$\eta_0 \geq \frac{\varepsilon_2(\zeta_1\|x\|^2 + \zeta_0\|x\| + \sigma)}{\sigma} \quad (19)$$

$$\eta_1 \geq (\sigma\delta)^{-1} [\xi_0 + \zeta_0\beta_0 + (\xi_1 + \zeta_0\beta_1 + \zeta_1\beta_0)\|x\| + \zeta_1\beta_1\|x\|^2] \quad (20)$$

$$u_0 = (CB)^{-1}(-CAx + \delta) \quad (21)$$

其中  $\varepsilon_1$  与  $\varepsilon_2$  为正趋近系数,  $\delta = Cx$  为辅助变量,  $\dot{\delta} = -k\delta$ , 且满足  $k > 0$ ;

则谐波齿轮传动系统的二次型积分滑模控制律为  $u = u_1 + u_0$ , 其中  $u_1$  为控制律的非线性部分,  $u_0$  为控制律  $u$  的等效控制,即保证对不含不确定性以及干扰的标称系统的控制,且  $u_0$  满足  $u_0 \leq \beta_0 + \beta_1 \|x\|$ ,  $\beta_0 > 0$ ,  $\beta_1 > 0$ ; 当到达滑模面后,二次型积分滑模控制律等同于等效控制律,即  $u = u_0$ 。

9. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法,其特征在于:步骤5)中,所述双曲正切函数为:

$$\tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) = \frac{e^{\frac{s}{\varepsilon}} - e^{-\frac{s}{\varepsilon}}}{e^{\frac{s}{\varepsilon}} + e^{-\frac{s}{\varepsilon}}} \quad (22)$$

其中,  $S$  为滑模面  $s$ ,  $\varepsilon$  为实数参数。

10. 根据权利要求1所述的谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法,其特征在于:所述谐波齿轮传动系统的各项参数如下:

表1 谐波齿轮传动系统参数

| 参数    | 单位                         | 数值  |
|-------|----------------------------|---|
| $R$   | $\Omega$                   | 5.6   |
| $K_m$ | $N \cdot m \cdot A^{-1}$   | 0.517   |
| $K_e$ | $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ | 0.517   |
| $J_m$ | $Kg \cdot m^2$             | $6.82 \times 10^{-4}$   |
| $J_l$ | $Kg \cdot m^2$             | $2.35 \times 10^{-2}$   |
| $r$   |                            | 80  |
| $K_s$ | $Nm \cdot rad^{-1}$        | $5.4 \times 10^3 ( T_s  < 235Nm)$<br>$8.8 \times 10^5 (235Nm \leq  T_s  < 843Nm)$<br>$9.8 \times 10^5 ( T_s  \geq 843Nm)$ |

⊙

## 一种谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法

### 技术领域

[0001] 本发明属于动力与传动技术领域,具体涉及一种谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法。本发明是一种谐波齿轮传动系统控制器设计技术,采用一种新型二次型积分滑模面,通过二次型积分滑模控制器设计、非线性扭矩建模、非匹配不确定项建模、谐波齿轮传动系统建模,能够对谐波齿轮传动系统进行鲁棒控制,实现误差补偿。

### 背景技术

[0002] 谐波齿轮是一种依靠弹性变形运动来实现传动的新型机构,它突破了机械传动采用刚性构件机构的模式,使用了一个柔性构件来实现机械传动,从而获得了一系列其他传动所难以达到的特殊功能。谐波齿轮又三个基本构件组成,包括刚轮、柔轮、波发生器。通过在柔性齿轮中,通过波发生器的作用,产生一个移动变形波,并与刚轮啮合,达到传动目的。谐波齿轮具有传动比范围大、啮合齿数多、承载能力大、精度高、运行平稳无冲击等优点。随着科学技术的发展,航空航天飞行器控制系统、仪表设备、机器人等领域对机械传动提出了新的要求,如:传动比大、体积小、重量轻、传动精度高、回差小等,谐波齿轮由于自身特性,被广泛应用于这些领域。由于谐波齿轮本身特性、装配误差、磨损、工作环境恶化等原因,使得对谐波齿轮传动误差进行控制显得尤为重要。

[0003] 国内外学者对谐波齿轮传动进行了深入研究,主要研究方向为谐波齿轮力学仿真模型、传动误差分析,以及非线性摩擦模型建模等。如文献<sup>[1]</sup>中建立了机械传动系统Lugre摩擦模型,文献<sup>[2]</sup>中通过运用系统动力学方程分析以及最小二乘法实现了对谐波齿轮传动系统的建模,文献<sup>[3]</sup>中运用弹性理论、非线性有限元分析理论和现代CAD和CAE技术,建立柔轮的三维实体有限元分析模型。

[0004] 而将电机系统与传动系统相结合,通过控制电机对误差进行补偿方面的研究却很少,主要由于谐波齿轮传动系统本身为非线性系统,在工作中由于非线性扭转刚度、齿侧间隙又会对系统附加不匹配的不确定性,使得这方面的研究进展缓慢。文献<sup>[4]</sup>中运用传统PID控制器,对含有摩擦模型的谐波齿轮传动系统进行误差补偿控制,但没有考虑到系统由于非线性弹性形变引起的不匹配项。

[0005] 滑模控制是一类新兴的变结构鲁棒控制方法,通过对滑模面的设计和趋近律的选择,能够使得系统具有良好的响应速度、对外界干扰、参数变化不敏感、鲁棒性强等优点,作为非线性控制的重要方法近年来得到了广泛深入的研究。文献<sup>[5]</sup>中谢建等人针对液压泵控马达系统,设计了滑模控制器,仿真结果表明,与普通PID控制方法相比,滑模控制方法有较强的抗干扰能力和良好的跟踪性能,提高了液压泵控马达系统的控制精度和稳定性。文献<sup>[6]</sup>中,NE Sadr等人针对导弹自动导航系统设计了滑模控制器,并采用边界层方法克服抖振,使得系统对外界干扰和不确定性具有很强的鲁棒性,文献<sup>[7]</sup>中,Murat Furat等人针对一类单输入单输出不确定系统,设计了二阶积分滑模控制器,使得系统克服了由外加负载以及不确定性引起的参数波动。文献<sup>[8]</sup>中,Azar A T等人针对古田摆系统设计了自适应滑模控制器,仿真结果说明,对比其他控制方法,滑模控制方法具有明显优势。文献<sup>[9]</sup>中,

Ginoya D等人针对一类含有不匹配不确定性系统,设计了含有增广干扰观测器的滑模控制器,仿真结果表明系统能够克服系统中的不匹配不确定性。文献<sup>[10]</sup>Hess R A等人对一类非线性无人机系统,设计了滑模控制器,对非线性系统具有良好的控制效果

[0006] 本发明针对一类含有不匹配不确定性的非线性谐波齿轮传动系统,考虑由齿侧间隙引起的时变非线性扭矩以及系统的参数摄动、非线性摩擦,强化了非线性项对系统控制的作用,提出了一种新颖的二次型积分滑模控制器设计方法。根据李雅普诺夫稳定性理论,证明了二次型积分滑模面可在有效时间内到达,并给出了闭环系统鲁棒渐近稳定的结论。在对系统建模中,结合文献<sup>[10]</sup>中的摩擦模型,考虑由齿侧间隙引起的非线性弹性形变<sup>[11]</sup>,使得模型更贴合实际系统。最后,通过传统的线性滑模控制与积分滑模控制进行比较,仿真结果说明,采用二次积分滑模控制器的系统能够快速响应,具有较小的误差,并对不匹配不确定的非线性项具有很强的鲁棒性。

[0007] 参考文献:

[0008] [1] 刘国平.机械系统中的摩擦模型及仿真[D].西安理工大学,2007.

[0009] [2] 黑沫,范世珣,廖洪波,等.精密谐波传动系统建模[J].光学精密工程,2014,22(7):1842-1849.

[0010] [3] 向国齐.谐波齿轮传动柔轮有限元分析研究[D].四川大学,2005.

[0011] [4] 李刚俊.精密谐波传动的数学模型及其控制研究[J].机械设计与制造,2010(7):205-207.

[0012] [5] 谢建,张力,谢政,等.液压泵控马达系统转速滑模控制优化设计研究[J].计算机仿真,2016,33(5).

[0013] [6] Sadr N E.Fuzzy Sliding mode Control for missile autopilot design [M].2011.

[0014] [7] Murat Furat, İlyas Eker.Second-order integral sliding-mode control with experimental application[J].Isa Transactions,2014,53(5):1661-9.

[0015] [8] Azar A T,Serrano F E.Adaptive Sliding Mode Control of the Furuta Pendulum [M]//Advances and Applications in Sliding Mode Control systems.Springer International Publishing,2015:1-Shtessel Y,Edwards C,Fridman L,et al.Sliding Mode Control and Observation [J].2014:213-249.

[0016] [9] Ginoya D,Shendge P D,Phadke S B.Sliding Mode Control for Mismatched Uncertain Systems Using an Extended Disturbance Observer [J].IEEE Transactions on Industrial Electronics,2014,61(4):1983-1992.

[0017] [10] Hess R A,Bakhtiarinejad M.Sliding-Mode Control Applied of a Nonlinear Model of an Unmanned Aerial Vehicle [J].Journal of Guidance Control & Dynamics,2015,31(4):1163-1166.

[0018] [11] 黄海涛.含误差谐波齿轮系统的建模与运动控制[D].南华大学,2014.

[0019] [12] 李刚俊.一种用于精确位置控制的谐波齿轮数学模型分析[J].机械传动,2010,34(1):26-29.

[0020] [13] Saito Y.Harmonic gear drive:US,US 8020470B2 [P].2011.

[0021] [14] Tuttle T D,Seering W.Modeling a harmonic drive gear transmission

[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1993.Proceedings.IEEE,1993:624-629vol.2.

[0022] [15] 申辉.方位控制器中齿轮传动精度的分析与控制[D].重庆大学,2006.

[0023] [16] Zhang X.Integral sliding mode control for non-linear systems with mismatched uncertainty based on quadratic sliding mode[J].Journal of Engineering,2015,1.

[0024] [17] Liao H,Fan S,Fan D.Friction compensation of harmonic gear based on location relationship[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I Journal of Systems&Control Engineering,2016,230.

[0025] [18] 王艳荣.航空发动机齿轮传动系统参数化建模及动态性能研究[D].沈阳航空航天大学,2013.

[0026] [19] Tuttle T D,Seering W P.A Nonlinear Model of a Harmonic Drive Gear Transmission[J].IEEE Transactions on Robotics&Automation,1996,12 (3) (3) :368-374.

[0027] [20] 辛洪兵.谐波齿轮传动系统传动误差的精细分析[J].现代制造工程,2005 (2) :109-111.

[0028] [21] Yang J,Liang D,Yu D,et al.System identification and sliding mode control design for electromechanical actuator with harmonic gear drive[C]// Chinese Control and Decision Conference.IEEE,2016.

[0029] [22] Zhang H B,Pan B,Wang L,et al.Non-Linear Dynamic Modeling and Experiment of Harmonic Gear Drive[J].Applied Mechanics&Materials,2014,668: 217-220.

[0030] [23] 万庆祝,陆志刚,王科,等.精密谐波齿轮减速器传动误差分析[J].仪表技术与传感器,2013 (5) :51-54.

[0031] [24] Tan DL,Qiu ZC,Han JD.STUDY ON SENSOR-BASED CONTROL METHOD FOR HARMONIC DRIVE SYSTEM[J].Chinese Journal of Mechanical Engineering,2000 (3) : 234-103.

## 发明内容

[0032] 发明目的:谐波齿轮传动系统是一类复杂的非线性系统,难以通过控制手段改善其性能。为解决该问题,本发明针对一类非线性谐波齿轮传动系统,考虑到系统存在的非线性、非匹配不确定项,设计了二次型积分滑模控制器,对系统进行鲁棒控制,实现了通过控制手段补偿系统传动误差。本发明能够有效减小系统的传动误差,改善系统动态性能,并使系统对非匹配不确定性具有鲁棒性。

[0033] 技术方案:为实现上述目的,本发明采用的技术方案为:

[0034] 一种谐波齿轮传动系统二次型积分滑模控制器设计方法,包括以下步骤:

[0035] 步骤1) 根据谐波齿轮系统满足的动力学方程,以及电机系统满足的基尔霍夫定律,联立得到谐波齿轮系统的数学表示;

[0036] 步骤2) 对系统中存在的非线性摩擦、齿侧间隙引起的非线性扭矩以及系统的参数



摄动进行建模,完成对非线性项的数学建模;

[0037] 步骤3)将步骤1)与步骤2)得到的数学模型联立,得到谐波齿轮传动系统的数学模型;

[0038] 步骤4)采用二次型积分滑模面的设计方法,针对步骤3)中得到的数学模型设计二次型积分滑模面;

[0039] 步骤5)基于步骤4)中的二次型积分滑模面,设计非匹配不确定谐波齿轮二次型积分滑模控制器,采用双曲正切函数来对抖动进行抑制。

[0040] 进一步的,步骤1)中,所述谐波齿轮系统的数学表示为:

$$[0041] \quad \begin{cases} J_m \ddot{q}_m = \frac{K_m}{R} u(t) - K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) - \frac{K_m K_b}{R} \dot{q}_m + F_m \\ J_l \ddot{q}_l = K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) - F_l \end{cases} \quad (1)$$

[0042] 其中, $J_m$ 和 $J_l$ 分别为谐波齿轮系统输入端和输出端的转动惯量, $q_m$ 和 $q_l$ 分别是电机和载荷的角位移, $T_m$ 是电机的输入转矩, $T_s$ 为谐波齿轮输入转矩, $F_m$ 为输入端等效摩擦力矩, $F_l$ 为输出端等效摩擦力矩, $r$ 为减速比, $K_s$ 是谐波传动的弹簧系数; $K_m$ 是电机转矩常数, $i_a$ 为电流, $u(t)$ 为输入电压 $u(t)$ , $R$ 为电机等效电阻, $L$ 为电机等效电感, $K_b$ 为电压常数, $\omega_m$ 是电机转速。

[0043] 进一步的,步骤2)中,所述非线性摩擦为:

[0044] 电机侧的摩擦 $F_m(x)$ :

$$[0045] \quad \begin{cases} F_m = -\psi_m, & \dot{q}_m = 0, |\psi_m| \leq f_{sm} \\ F_m = -\text{sgn}(\psi_m) f_{sm}, & \dot{q}_m = 0, |\psi_m| > f_{sm} \\ F_m = -\text{sgn}(\dot{q}_m) f_{cm}, & |\dot{q}_m| > 0 \end{cases} \quad (2)$$

[0046] 其中, $\psi_m = -K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) + \frac{K_m}{R} u(t)$ 为 $\dot{q}_m = 0$ 时的输入力矩;

[0047] 负载侧的摩擦 $F_l(x)$ :

$$[0048] \quad \begin{cases} F_l = -\psi_l, & \dot{q}_l = 0, |\psi_l| \leq f_{sl} \\ F_l = -\text{sgn}(\psi_l) f_{sl}, & \dot{q}_l = 0, |\psi_l| > f_{sl} \\ F_l = -\text{sgn}(\dot{q}_l) f_{cl}, & |\dot{q}_l| > 0 \end{cases} \quad (3)$$

[0049] 其中, $\psi_l = \frac{1}{r} K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right)$ 为 $\dot{q}_l = 0$ 时的输入力矩。

[0050] 进一步的,步骤2)中,所述齿侧间隙引起的非线性扭矩为:

$$[0051] \quad \Delta e(t) = \begin{cases} -\Delta\varphi - j, & \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi > j \\ 0, & \left| \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi \right| < j \\ -\Delta\varphi + j, & \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi < -j \end{cases} \quad (4)$$

[0052] 其中, $\Delta e(t)$ 为由齿侧间隙引起的弹性扭转角变形量, $q_m(t)$ 为输入角位移, $q_l(t)$ 为输出角位移, $2j$ 为系统的齿侧间隙, $\Delta\varphi$ 为未参与弹性变形的扭转角传动误差;

[0053] 所述非线性项为:  $T_{u1}(x) = K_s \Delta e(t)$ ;

[0054]  $\Delta A(x)$  为系统的状态参数摄动,  $\Delta B(x)$  为系统的控制量增益摄动。

[0055] 进一步的, 步骤3) 中, 所述谐波齿轮传动系统的数学模型为:

$$[0056] \quad \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + [g(x) + \Delta g(x)]u \quad (5)$$

[0057] 其中,  $u \in R$  为控制信号,  $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \cdots \ f_4(x)]^T$  为动态向量,

[0058]  $g(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \cdots \ g_4(x)]^T$  为控制量增益向量,  $\Delta g(x)$  为系统的控制量参数不确定性;  $\Delta f(x) = \Delta A(x) + [0 \ -T_{u1}(x) + T_m(x) \ 0 \ T_{u1}(x) + T_1(x)]^T$ , 其中,  $\Delta A(x)$  为系统参数不确定性。

[0059] 进一步的, 步骤4) 中, 所述二次型积分滑模面为:

$$[0060] \quad s = \int_0^t \{x^T(t)[\Delta f(x) + \Delta g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \quad (6)$$

[0061] 其中, 公式中相应的有些函数或符号, 原交底材料中都未有相应解释, 请添加:  $x(t)$  为系统的状态向量,  $u = u_0 + u_1$ ,  $u_1$  为控制量的非线性部分,  $u_0$  为等效控制;

[0062]  $b(x) \in R$ ,  $b(x) = \sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2 + \|x^T(t)g(x)\|$ , 且  $\sigma > 0$ ,  $\zeta_0 > 0$ ,  $\zeta_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数。 $b(x)$  是设计的一个与  $x(t)$  有关的辅助函数, 使得滑模面  $s$  具有期望的性能;  $\zeta_0$  和  $\zeta_1$  这两个参数是正实数, 根据控制器的性能要求进行调整, 使控制器具有满意的性能。

[0063] 进一步的, 所述二次型积分滑模面的设计方法为:

[0064] 依据谐波齿轮传动系统:

$$[0065] \quad \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + [g(x) + \Delta g(x)]u \quad (7)$$

[0066] 引入以下假设:

[0067] 假设1  $\|\Delta f(x)\| \leq \xi_1 \|x\| + \xi_0$ , 其中  $\xi_0 > 0$ ,  $\xi_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数;

[0068] 假设2  $\|\Delta g(x)\| \leq \zeta_1 \|x\| + \zeta_0$ , 其中  $\zeta_0 > 0$ ,  $\zeta_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数;

[0069] 定义所述谐波齿轮传动系统的二次型积分滑模函数为:

$$[0070] \quad s = \frac{1}{2} [x^T(t)x(t) - x_0^T x_0] - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt \quad (8)$$

[0071] 其中  $x_0$  为状态变量初值,  $b(x) \in R$  定义为:

$$[0072] \quad b(x) = \sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2 + \|x^T(t)g(x)\| \quad (9)$$

[0073] 且  $\sigma > 0$ , 故  $\|b(x)\|^{-1} \leq \delta$ ,  $\delta = (\sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2)^{-1}$ ; 因为所述谐波齿轮传动系统的二次型积分滑模函数 (8) 具有二次型结构, 因此其所对应的滑模面为一种二次型积分滑模面;

[0074] 不妨假设二次型积分滑模面  $s = 0$  可到达, 则有

$$[0075] \quad \frac{1}{2} [x^T(t)x(t) - x_0^T x_0] - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt = 0 \quad (10)$$

[0076] 由谐波齿轮传动系统 (7) 可推知, 二次型积分滑模面为:

$$[0077] \quad s = \int_0^t \{x^T(t)[\Delta f(x) + \Delta g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \quad (11)$$

[0078] 对所述二次型积分滑模面 (11) 进行求导, 并考虑谐波齿轮传动系统 (7) 和二次型积分滑模控制律, 以及假设1与假设2, 可得:

$$\begin{aligned}
& s\dot{s} \leq \{ \xi_0 + \zeta_0 \beta_0 + (\xi_1 + \zeta_0 \beta_1 + \zeta_1 \beta_0) \|x\| + \zeta_1 \beta_1 \|x\|^2 \} \|x\| \cdot |s| \\
[0079] \quad & - \frac{\sigma + \|x^T(t)g(x)\|}{b(x)} (\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|) s^2 - \frac{\sigma + \|x^T(t)g(x)\|}{b(x)} (\eta_0 + \eta_1 \|x\|) |s| \quad (12)
\end{aligned}$$

[0080] 综合得到  $s\dot{s} \leq -\varepsilon_1 s^2 - \varepsilon_2 |s|$ , 满足进入滑动模态的条件, 因此二次型积分滑模面  $s(x) = 0$  可在有限时间内到达, 并保持在滑模面上。

[0081] 进一步的, 步骤5) 中, 设计所述谐波齿轮二次型积分滑模控制器的控制律为:

$$[0082] \quad u = u_0 - b^{-1}(x) [(\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|) s + (\eta_0 + \eta_1 \|x\|) \operatorname{sgn}(s)] \quad (16)$$

[0083] 其中

$$[0084] \quad \lambda_0 \geq \frac{\varepsilon_1 (\zeta_1 \|x\|^2 + \zeta_0 \|x\| + \sigma)}{\sigma} \quad (17)$$

$$[0085] \quad \lambda_1 \geq 0 \quad (18)$$

$$[0086] \quad \eta_0 \geq \frac{\varepsilon_2 (\zeta_1 \|x\|^2 + \zeta_0 \|x\| + \sigma)}{\sigma} \quad (19)$$

$$[0087] \quad \eta_1 \geq (\sigma \delta)^{-1} [\xi_0 + \zeta_0 \beta_0 + (\xi_1 + \zeta_0 \beta_1 + \zeta_1 \beta_0) \|x\| + \zeta_1 \beta_1 \|x\|^2] \quad (20)$$

$$[0088] \quad u_0 = (CB)^{-1} (-CAx + \dot{\delta}) \quad (21)$$

[0089] 其中  $\varepsilon_1$  与  $\varepsilon_2$  为正趋近系数,  $\delta = Cx$  为辅助变量,  $\dot{\delta} = -k\delta$ , 且满足  $k > 0$ ;

[0090] 则谐波齿轮传动系统的二次型积分滑模控制律为  $u = u_1 + u_0$ , 其中  $u_1$  为控制律的非线性部分,  $u_0$  为控制律  $u$  的等效控制, 即保证对不含不确定性以及干扰的标称系统的控制, 且  $u_0$  满足  $u_0 \leq \beta_0 + \beta_1 \|x\|$ ,  $\beta_0 > 0$ ,  $\beta_1 > 0$ ; 当到达滑模面后, 二次型积分滑模控制律等同于等效控制律, 即  $u = u_0$ 。

[0091] 进一步的, 步骤5) 中, 所述双曲正切函数为:

$$[0092] \quad \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) = \frac{e^{\frac{s}{\varepsilon}} - e^{-\frac{s}{\varepsilon}}}{e^{\frac{s}{\varepsilon}} + e^{-\frac{s}{\varepsilon}}} \quad (22)$$

[0093] 其中,  $S$  为滑模面  $s$ ,  $\varepsilon$  为实数参数。

[0094] 进一步的, 所述谐波齿轮传动系统的各项参数如下:

[0095] 表1谐波齿轮传动系统参数

|        | 参数    | 单位                         | 数值  |
|--------|-------|----------------------------|---|
|        | $R$   | $\Omega$                   | 5.6   |
|        | $K_m$ | $N \cdot m \cdot A^{-1}$   | 0.517   |
|        | $K_e$ | $V \cdot s \cdot rad^{-1}$ | 0.517   |
| [0096] | $J_m$ | $Kg \cdot m^2$             | $6.82 \times 10^{-4}$   |
|        | $J_t$ | $Kg \cdot m^2$             | $2.35 \times 10^{-2}$   |
|        | $r$   |                            | 80  |
|        | $K_s$ | $Nm \cdot rad^{-1}$        | $5.4 \times 10^5$ ( $ T_s  < 235Nm$ )<br>$8.8 \times 10^5$ ( $235Nm \leq  T_s  < 843Nm$ )<br>$9.8 \times 10^5$ ( $ T_s  \geq 843Nm$ ) |

[0097] 有益效果：本发明针对一类非线性谐波齿轮传动系统，采用一种新型二次型积分滑模面，提出了一种新颖的谐波齿轮传动系统滑模控制器的设计方法。考虑到谐波齿轮系统中存在的不确定性以及非线性，本发明提出的控制器能够有效减小系统的稳态误差，改善系统的动态性能，并对不确定性具有强鲁棒性，实现对谐波齿轮传动系统的鲁棒控制，达到通过控制手段对传动误差补偿，改善系统性能的目的。

#### 附图说明

- [0098] 图1为谐波齿轮结构图；
- [0099] 图2为齿侧间隙示意图；
- [0100] 图3为谐波齿轮传动系统控制系统结构图；
- [0101] 图4为不含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_1$  曲线图；
- [0102] 图5为不含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_2$  曲线图；
- [0103] 图6为不含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_3$  曲线图；
- [0104] 图7为不含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_4$  曲线图；
- [0105] 图8为不含  $\Delta f(x)$  时状态量  $u$  曲线图；
- [0106] 图9为含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_1$  曲线图；
- [0107] 图10为含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_2$  曲线图；
- [0108] 图11为含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_3$  曲线图；
- [0109] 图12为含  $\Delta f(x)$  时状态量  $x_4$  曲线图；
- [0110] 图13为含  $\Delta f(x)$  时控制量  $u$  曲线图。

#### 具体实施方式

[0111] 下面结合附图对本发明作更进一步的说明。

[0112] 实施例

[0113] 下面以某型谐波齿轮传动系统为例,对本发明的技术方案进行详细说明:

[0114] 步骤1)根据谐波齿轮系统满足的动力学方程,以及电机系统满足的基尔霍夫定律,联立得到谐波齿轮系统的数学表示

[0115] 如图1所示,谐波齿轮由三个基本构件组成,分别为刚轮、柔轮、波发生器。

[0116] 整个谐波齿轮模型满足以下方程:

$$\begin{aligned} J_m \ddot{q}_m &= T_m - T_s - F_m \\ J_l \ddot{q}_l &= T_s - F_l \end{aligned} \quad (1)$$

[0118] 式(1)中 $q_m$ 和 $q_l$ 分别是电机和载荷的角位移; $T_m$ 是电机的输入转矩, $T_s$ 为谐波齿轮输入转矩, $F_m$ 为输入端等效摩擦力矩, $F_l$ 为输出端等效摩擦力矩。且 $T_m$ 与 $T_s$ 满足以下关系:

$$T_s = K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) \quad (2)$$

$$T_m = K_m i_a \quad (3)$$

$$u(t) = i_a R + L \frac{di_a}{dt} + K_b \omega_m \quad (4)$$

[0122] 其中 $r$ 为减速比, $K_s$ 是谐波传动的弹簧系数; $K_m$ 是电机转矩常数, $i_a$ 为电流, $u(t)$ 为输入电压 $u(t)$ , $R$ 为电机等效电阻, $L$ 为电机等效电感, $K_b$ 为电压常数。 $\omega_m$ 是电机转速,由于 $L$ 一般较小,可忽略。

[0123] 由式(4)可推知 $i_a = \frac{-K_b \dot{q}_m + u(t)}{R}$ ,将 $i_a$ 代入式(3)中,则有

$$T_m = -\frac{K_m K_b}{R} \dot{q}_m + \frac{K_m}{R} u(t) \quad (5)$$

[0125] 将 $T_m$ 与 $T_s$ 代入式(1)中,则方程变为

$$\begin{aligned} J_m \ddot{q}_m &= \frac{K_m}{R} u(t) - K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) - \frac{K_m K_b}{R} \dot{q}_m + F_m \\ J_l \ddot{q}_l &= K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) - F_l \end{aligned} \quad (6)$$

[0127] 步骤2)对系统中存在的非线性摩擦、齿侧间隙引起的非线性扭矩以及系统的参数摄动进行建模,完成对非线性项的数学建模。

[0128] 考虑文献<sup>[4]</sup>中的摩擦模型,由于在精确控制系统中,控制的角度范围很小,所以本文谐波齿轮在工作时产生的摩擦以平均库伦摩擦 $f_{aver}$ 代替,这一模型对大多数工程应用来说也是足够精确的。库伦摩擦可表示为

$$f_{aver} = s_1 q_m^2 + s_2 q_m + s_3 \quad (7)$$

[0130] 其静态摩擦与库伦摩擦存在一致性,比库伦摩擦增大约3.88%,因此

$$f_{sm} = 1.0388 \times f_{aver} \quad (8)$$

[0132] 故电机侧的摩擦 $F_m(x)$ 可表示为

$$\begin{cases} F_m = -\psi_m, & \dot{q}_m = 0, |\psi_m| \leq f_{sm} \\ F_m = -\text{sgn}(\psi_m) f_{sm}, & \dot{q}_m = 0, |\psi_m| > f_{sm} \\ F_m = -\text{sgn}(\dot{q}_m) f_{cm}, & |\dot{q}_m| > 0 \end{cases} \quad (9)$$

[0134] 式(9)中  $\psi_m = -K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right) + \frac{K_m}{R} u(t)$  为  $\dot{q}_m = 0$  时的输入力矩。当输入力矩小于最大静摩擦力时,电机侧的摩擦为输入力矩。当  $|\dot{q}_m| > 0$  时,电机侧的摩擦为库伦摩擦。同理可得在负载侧的摩擦  $F_l(x)$  可表示为

$$[0135] \quad \begin{cases} F_l = -\psi_l, & \dot{q}_l = 0, |\psi_l| \leq f_{st} \\ F_l = -\text{sgn}(\psi_l) f_{st}, & \dot{q}_l = 0, |\psi_l| > f_{st} \\ F_l = -\text{sgn}(\dot{q}_l) f_{cl}, & |\dot{q}_l| > 0 \end{cases} \quad (10)$$

[0136] 式(10)中  $\psi_l = \frac{1}{r} K_s \left( \frac{q_m}{r} - q_l \right)$  为  $\dot{q}_l = 0$  时的输入力矩。

[0137] 在伺服系统中存在着传动间隙,如图2所示。由于反复的起停、变速引起的摩擦磨损、工作环境恶化等原因,这些间隙将不断增大,导致运动的滞后、定位跟踪不精确等问题。

[0138] 考虑到齿轮传动中出现的间隙现象,定义:

$$[0139] \quad \Delta e(t) = \begin{cases} -\Delta\varphi - j, & \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi > j \\ 0, & \left| \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi \right| < j \\ -\Delta\varphi + j, & \frac{q_m(t)}{r} - q_l(t) - \Delta\varphi < -j \end{cases} \quad (11)$$

[0140] 式(11)中  $\Delta e(t)$  为由齿侧间隙引起的弹性扭转角变形量,  $q_m(t)$  为输入角位移,  $q_l(t)$  为输出角位移,  $2j$  为系统的齿侧间隙,  $\Delta\varphi$  为未参与弹性变形的扭转角传动误差,可用随机数模型近似。

[0141] 由于  $\Delta e(t)$  的存在,使得谐波传动系统的模型中出现了非线性项  $T_{ul}(x) = K_s \Delta e(t)$ 。

[0142] 由于谐波齿轮在运行过程中受到磨损、环境等因素的影响,使得系统参数和特性会发生缓慢漂移,这里取  $\Delta A(x)$  作为系统的状态参数摄动,  $\Delta B(x)$  作为系统的控制量增益摄动。根据不同的系统,以及系统在不同的状态下,  $\Delta A(x)$  与  $\Delta B(x)$  是不同的,在仿真中选择的  $\Delta A(x) = 0.1A$ ,  $\Delta B(x) = 0.1B$ 。

[0143] 步骤3)将步骤1与步骤2得到的数学模型联立,得到谐波齿轮传动系统的数学模型。

[0144] 选择系统状态变量为  $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [q_m \ \dot{q}_m \ q_l \ \dot{q}_l]^T$  则该谐波齿轮传动系统可表示为

$$[0145] \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\varphi_{21}x_1 - \varphi_{22}x_2 + \varphi_{23}x_3 - T_{ul}(x) + T_m(x) + \varphi_{2u}u(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \varphi_{41}x_1 - \varphi_{43}x_3 + T_{ul}(x) + T_l(x) \end{cases} \quad (12)$$

[0146] 其中

$$[0147] \quad \begin{cases} \varphi_{21} = \frac{K_s}{rJ_m}, & \varphi_{22} = \frac{K_m K_b}{J_m R}, & \varphi_{23} = \frac{K_s}{J_m}, & T_m(x) = \frac{F_m(x)}{J_m} \\ \varphi_{2u} = \frac{K_m}{J_m R}, & \varphi_{41} = \frac{K_s}{rJ_l}, & \varphi_{43} = \frac{K_s}{J_l}, & T_l(x) = \frac{F_l(x)}{J_l} \end{cases} \quad (13)$$

[0148] 则系统可写为

$$[0149] \quad \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + [g(x) + \Delta g(x)]u \quad (14)$$

[0150] 其中  $u \in \mathbb{R}$  为控制信号,  $f(x) = [f_1(x) \ f_2(x) \ \dots \ f_4(x)]^T$  为动态向量,

[0151]  $g(x) = [g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_4(x)]^T$  为控制量增益向量,  $\Delta g(x)$  为系统的控制量参数不确定性,  $\Delta f(x) = \Delta A(x) + [0 \ -T_{u1}(x) + T_m(x) \ 0 \ T_{u1}(x) + T_1(x)]^T$ ,  $\Delta A(x)$  为系统参数不确定性。

[0152] 步骤4) 采用一种新型二次型积分滑模面的设计方法, 针对步骤3中得到的数学模型设计二次型积分滑模面。

[0153] 考虑谐波齿轮传动系统 (14), 引入本文所需假设

[0154] 假设1  $\|\Delta f(x)\| \leq \xi_1 \|x\| + \xi_0$ , 其中  $\xi_0 > 0, \xi_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数

[0155] 假设2  $\|\Delta g(x)\| \leq \zeta_1 \|x\| + \zeta_0$ , 其中  $\zeta_0 > 0, \zeta_1 > 0$ ,  $\|\cdot\|$  表示欧氏范数

[0156] 定义谐波齿轮传动系统 (14) 的二次型积分滑模函数为

$$[0157] \quad s = \frac{1}{2} [x^T(t)x(t) - x_0^T x_0] - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt \quad (15)$$

[0158] 其中  $x_0$  为状态变量初值,  $b(x) \in \mathbb{R}$  定义为

$$[0159] \quad b(x) = \sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2 + \|x^T(t)g(x)\| \quad (16)$$

[0160] 且  $\sigma > 0$ , 因此我们可推知  $\|b(x)\|^{-1} \leq \delta$ ,  $\delta = (\sigma + \zeta_0 \|x\| + \zeta_1 \|x\|^2)^{-1}$ 。因为 (15) 具有二次型结构, 所以 (15) 所对应的滑模面为一种二次型积分滑模面。

[0161] 不妨假设二次型积分滑模面  $s=0$  可到达, 则有

$$[0162] \quad \frac{1}{2} [x^T(t)x(t) - x_0^T x_0] - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt = 0 \quad (17)$$

[0163] 由谐波齿轮传动系统 (14) 可推知

$$\frac{1}{2} x^T(t)x(t) \Big|_0^t - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt = 0$$

$$[0164] \quad \begin{aligned} & \int_0^t x^T(t)\dot{x}(t)dt - \int_0^t \{x^T(t)[f(x) + g(x)u] - b(x)u_1\} dt = 0 \\ & \Rightarrow \int_0^t \{x^T(t)[\dot{x}(t) - f(x) - g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \\ & \Rightarrow \int_0^t \{x^T(t)[\Delta f(x) + \Delta g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \end{aligned}$$

[0165] 所以二次型积分滑模面为

$$[0166] \quad s = \int_0^t \{x^T(t)[\Delta f(x) + \Delta g(x)u] + b(x)u_1\} dt = 0 \quad (18)$$

[0167] 对二次型积分滑模面 (18) 进行求导, 并考虑谐波齿轮传动系统 (14), 二次型积分滑模控制律 (19), 以及假设1与假设2, 可得

$$\begin{aligned}
[0168] \quad s\dot{s} &\leq \|x\|(\xi_1 \|x\| + \xi_0) |s| + \|x\|(\xi_1 \|x\| + \xi_0)(\beta_0 + \beta_1 \|x\|) |s| \\
&+ \|x\|(\xi_1 \|x\| + \xi_0) b^{-1}(x)(\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|) s^2 + \|x\|(\xi_1 \|x\| + \xi_0) b^{-1}(x)(\eta_0 + \eta_1 \|x\|) |s| \\
&- (\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|) s^2 - (\eta_0 + \eta_1 \|x\|) |s|
\end{aligned}$$

[0169] 因此

$$\begin{aligned}
[0170] \quad s\dot{s} &\leq \{\xi_0 + \zeta_0 \beta_0 + (\xi_1 + \zeta_0 \beta_1 + \zeta_1 \beta_0) \|x\| + \zeta_1 \beta_1 \|x\|^2\} \|x\| \cdot |s| \\
&- \frac{\sigma + \|x^T(t)g(x)\|}{b(x)} (\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|) s^2 - \frac{\sigma + \|x^T(t)g(x)\|}{b(x)} (\eta_0 + \eta_1 \|x\|) |s|
\end{aligned}$$

[0171] 由下文(20)-(23), 可得  $s\dot{s} \leq -\varepsilon_1 s^2 - \varepsilon_2 |s|$ , 满足进入滑动模态的条件, 因此二次型积分滑模面  $s(x) = 0$  可在有限时间内到达, 并保持在滑模面上。

[0172] 步骤5) 基于步骤4中的二次型积分滑模面, 设计非匹配不确定谐波齿轮二次型积分滑模控制器。通过采用双曲正切函数来对抖动进行抑制。

[0173] 针对谐波齿轮传动系统设计滑模控制器, 结构图如图3所示。

[0174] 设计二次型积分滑模控制律为:

$$[0175] \quad u = u_0 - b^{-1}(x) [(\lambda_0 + \lambda_1 \|x\|) s + (\eta_0 + \eta_1 \|x\|) \operatorname{sgn}(s)] \quad (19)$$

[0176] 其中

$$[0177] \quad \lambda_0 \geq \frac{\varepsilon_1 (\zeta_1 \|x\|^2 + \zeta_0 \|x\| + \sigma)}{\sigma} \quad (20)$$

$$[0178] \quad \lambda_1 \geq 0 \quad (21)$$

$$[0179] \quad \eta_0 \geq \frac{\varepsilon_2 (\zeta_1 \|x\|^2 + \zeta_0 \|x\| + \sigma)}{\sigma} \quad (22)$$

$$[0180] \quad \eta_1 \geq (\sigma \delta)^{-1} [\xi_0 + \zeta_0 \beta_0 + (\xi_1 + \zeta_0 \beta_1 + \zeta_1 \beta_0) \|x\| + \zeta_1 \beta_1 \|x\|^2] \quad (23)$$

$$[0181] \quad u_0 = (CB)^{-1} (-CAx + \dot{\delta}) \quad (24)$$

[0182] 式(20)、(22)中  $\varepsilon_1$  与  $\varepsilon_2$  为正趋近系数, 式(24)中  $\delta = Cx$  为辅助变量,  $\dot{\delta} = -k\delta$ , 且满足  $k > 0$ 。

[0183] 则系统(14)的二次型积分滑模控制律为  $u = u_1 + u_0$ , 其中  $u_1$  为控制律的非线性部分,  $u_0$  为控制律  $u$  的等效控制, 即保证对不含不确定性以及干扰的标称系统的控制。且  $u_0$  满足  $u_0 \leq \beta_0 + \beta_1 \|x\|$ ,  $\beta_0 > 0$ ,  $\beta_1 > 0$ 。当到达滑模面后, 二次型积分滑模控制律等同于等效控制律, 即  $u = u_0$ 。

[0184] 由于开关时间滞后、空间滞后和系统惯性影响等因素导致滑模控制中不可避免的会产生抖振, 不仅会影响控制精度, 降低系统的控制品质, 严重的甚至会破坏控制元件。

[0185] 在多数文献中, 会采用饱和函数对原来不连续开关函数进行替换的准滑模态的方法来抑制抖振。这种方法可以有效的克服滑模抖振, 但是属于不连续函数, 不适合需要对切换函数求导的场合。

[0186] 由于双曲正切函数是连续光滑的, 本文采用双曲正切函数替代不连续的切换函数, 可有效的降低滑模控制中的抖振

[0187] 双曲正切函数如下:



$$[0188] \quad \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) = \frac{e^{\frac{s}{\varepsilon}} - e^{-\frac{s}{\varepsilon}}}{e^{\frac{s}{\varepsilon}} + e^{-\frac{s}{\varepsilon}}} \quad (25)$$

[0189] 其中,  $S$  为上文中所述的滑模面,  $\varepsilon$  为可调整的实数参数, 选择不同的对抖动的抑制效果也不同。

[0190] 本实施例采用表1中谐波齿轮传动系统参数表。

[0191] 表1谐波齿轮传动系统参数

| 参数           | 单位                                | 数值  |
|--------------|-----------------------------------|---|
| $R$          | $\Omega$                          | 5.6   |
| $K_m$        | $N \cdot m \cdot A^{-1}$          | 0.517   |
| $K_e$        | $V \cdot s \cdot \text{rad}^{-1}$ | 0.517   |
| [0192] $J_m$ | $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$      | $6.82 \times 10^{-4}$   |
| $J_l$        | $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$      | $2.35 \times 10^{-2}$   |
| $r$          |                                   | 80  |
| $K_s$        | $\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1}$ | $5.4 \times 10^5$ ( $ T_s  < 235 \text{Nm}$ )<br>$8.8 \times 10^5$ ( $235 \text{Nm} \leq  T_s  < 843 \text{Nm}$ )<br>$9.8 \times 10^5$ ( $ T_s  \geq 843 \text{Nm}$ ) |

[0193] 利用表中数据和上文中建立的谐波齿轮传动系统模型 (12), 得到如下系统:

$$[0194] \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -9.897 \times 10^6 x_1 - 69.9855 x_2 + 7.918 \times 10^8 x_3 - T_{ul}(x) + T_m(x) + 148.188 u(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = 2.8723 \times 10^5 x_1 - 2.297 \times 10^7 x_3 + T_{ul}(x) + T_l(x) \end{cases} \quad (31)$$

$$[0195] \quad \text{考虑 } \Delta f(x) = \begin{bmatrix} 0.1x_2 \\ -9.897 \times 10^5 x_1 - 6.99855 x_2 + 7.918 \times 10^7 x_3 \\ 0.1x_4 \\ 2.8723 \times 10^4 x_1 - 2.297 \times 10^6 x_3 \end{bmatrix} + T_{ul}(x), \quad \Delta g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.4094 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$[0196] \quad T_m(x) = \frac{1}{6.82 \times 10^{-4}} \begin{cases} -\psi_m, & \dot{x}_1 = 0 \text{ 且 } |\psi_m| \leq f_{sm} \\ -\text{sgn}(\psi_m) f_{sm}, & \dot{x}_1 = 0 \text{ 且 } |\psi_m| > f_{sm}, \\ -\text{sgn}(q_m) f_{cm}, & |\dot{x}_1| > 0 \end{cases}$$

$$[0197] \quad \psi_m = -5.4 \times 10^5 \left( \frac{x_1}{80} - x_3 \right) + 0.092 u(t) \quad (32)$$

$$[0198] \quad f_{sm} = 1.0388 \times (1.5738 \times 10^{-6} x_1^2 - 3.7901 \times 10^{-4} x_1 + 0.0720)$$

$$[0199] \quad T_l(x) = \frac{1}{2.35 \times 10^{-2}} \begin{cases} -\psi_l, & \dot{x}_3 = 0, |\psi_l| \leq f_{sl} \\ -\text{sgn}(\psi_l) f_{sl}, & \dot{x}_3 = 0, |\psi_l| > f_{sl}, \\ -\text{sgn}(q_l) f_{cl}, & |\dot{x}_3| > 0 \end{cases}$$

$$[0200] \quad \psi_l = 6.75 \times 10^3 \left( \frac{x_1}{80} - x_3 \right) \quad (33)$$

$$[0201] \quad f_{s1} = 1.0388 \times (1.5738 \times 10^{-6} x_3^2 - 3.7901 \times 10^{-4} x_3 + 0.0720)$$

$$[0202] \quad T_{ul}(x) = 5.4 \times 10^5 \begin{cases} -\Delta\varphi - j, \frac{x_1}{80} - x_3 - \Delta\varphi > j \\ 0, \left| \frac{x_1}{80} - x_3 - \Delta\varphi \right| < j \\ -\Delta\varphi + j, \frac{x_1}{80} - x_3 - \Delta\varphi < -j \end{cases}, j = 0.5mm$$

[0203] 当系统初始条件为  $x_0 = [0 \ 0 \ 0.05 \ 0]$  时,  $T_m$  与  $T_1$  作为干扰量加入到谐波齿轮模型中, 对系统在二次积分滑模控制器 (QSMC) 的作用下进行仿真。通过多次对参数进行修订, 发现当  $\sigma = 1, \zeta_0 = 0, \zeta_1 = 0, \lambda_0 = 60, \lambda_1 = 0, \eta_0 = 0, \eta_1 = 4 + \|x\|$  时, 系统具有较好的性能表现, 在不考虑系统具有的非线性不匹配项  $\Delta f(x)$  时得到如下仿真结果, 如图4到图8所示。

[0204] 从仿真结果可以看出, 系统能够在0.1s内达到稳定, 迅速减小稳态误差, 并且具有小的超调量、稳定时间和误差量, 能够满足系统对精度高、响应快、运行平稳的要求。

[0205] 当考虑系统存在的  $\Delta f(x)$  时, 得到如下仿真图像如图9到图13。

[0206] 由结果可以看出, 当系统存在  $\Delta f(x)$  时, 取系统在0.1s时的状态进行对比分析, 可发现系统仍能够达到稳定, 且曲线平滑, 上升时间、超调量、稳态误差略有增幅, 说明系统对  $\Delta f(x)$  具有鲁棒性, 仍能具有响应快、上升时间短、超调小、误差小等优势, 说明该控制器对非匹配不确定性具有很强的鲁棒性。

[0207] 以上所述仅是本发明的优选实施方式, 应当指出: 对于本技术领域的普通技术人员来说, 在不脱离本发明原理的前提下, 还可以做出若干改进和润饰, 这些改进和润饰也应视为本发明的保护范围。

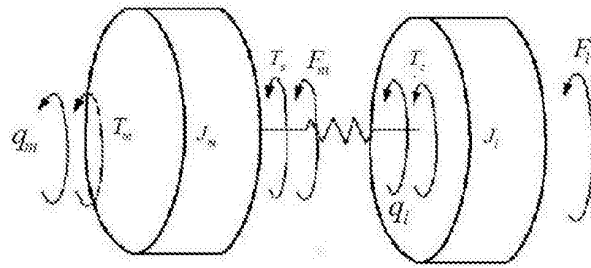


图1

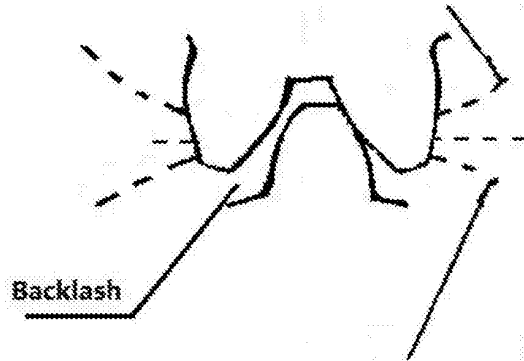


图2

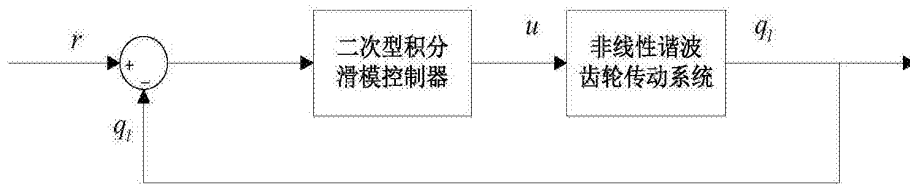


图3

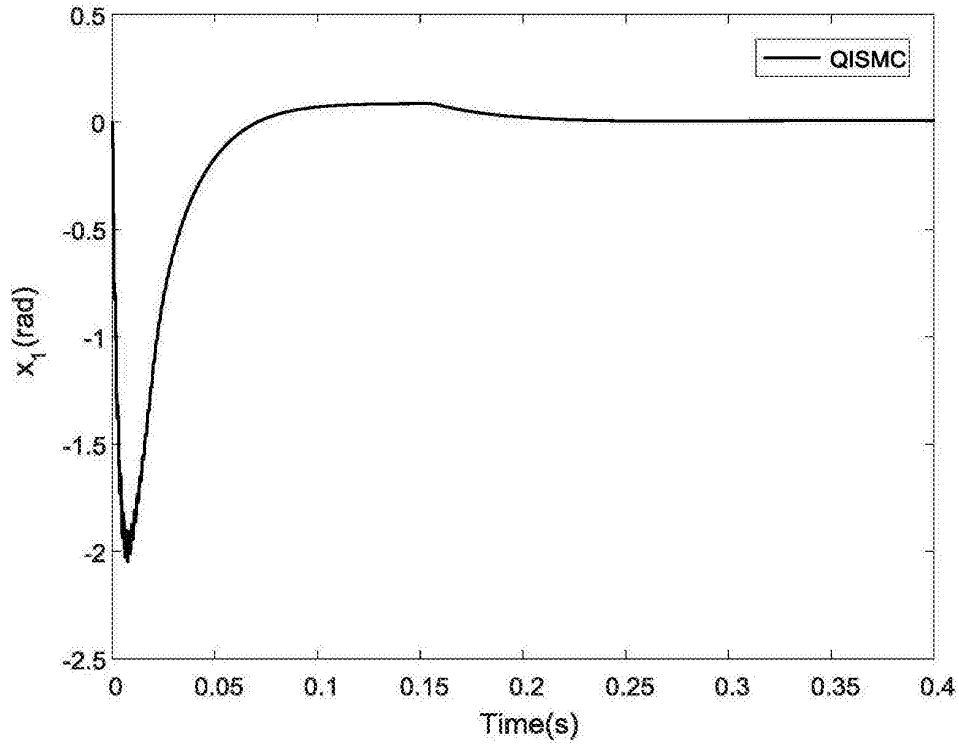


图4

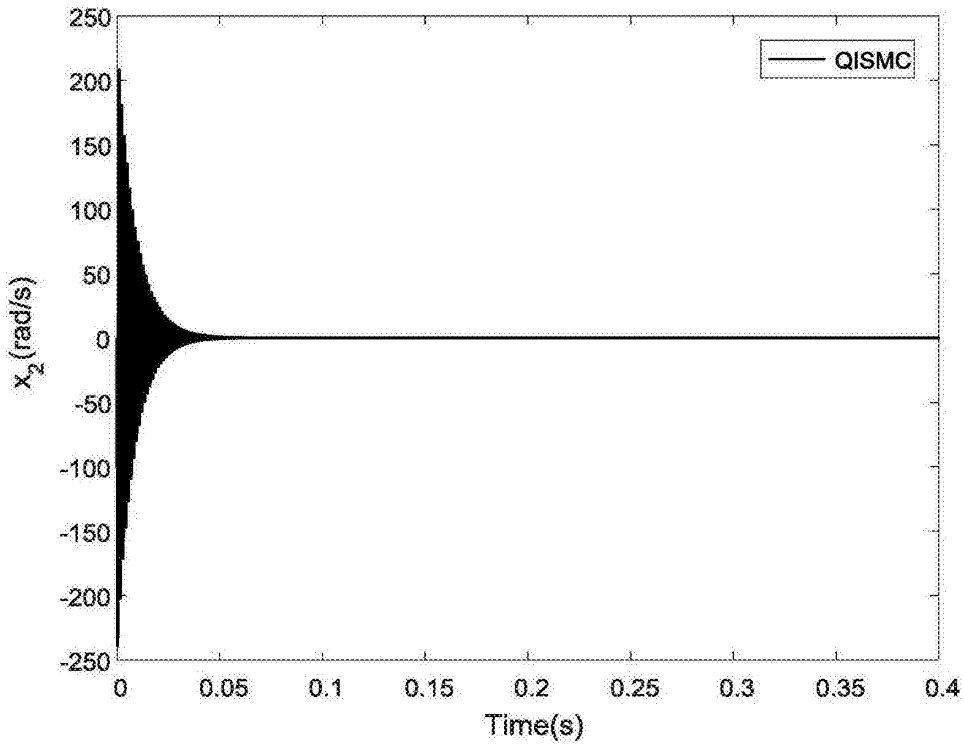


图5

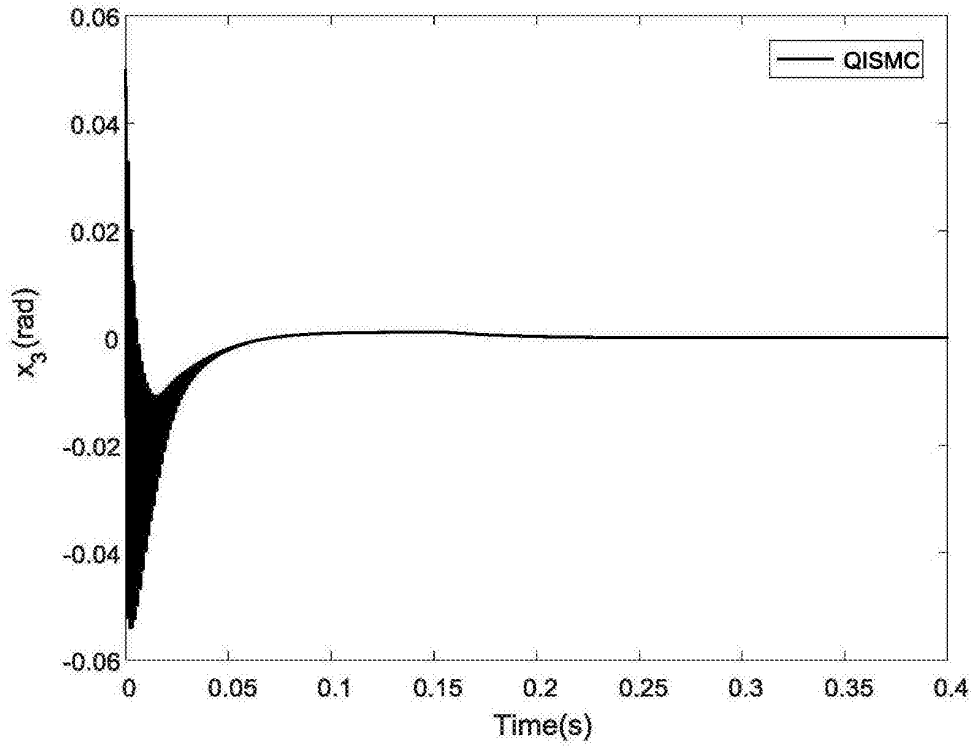


图6

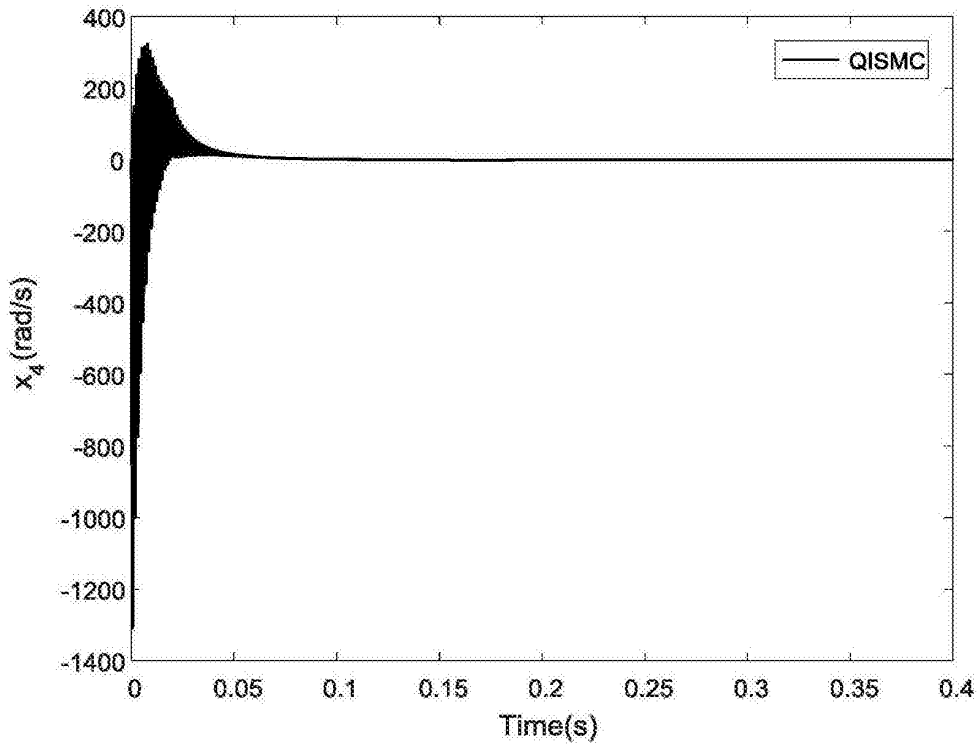


图7

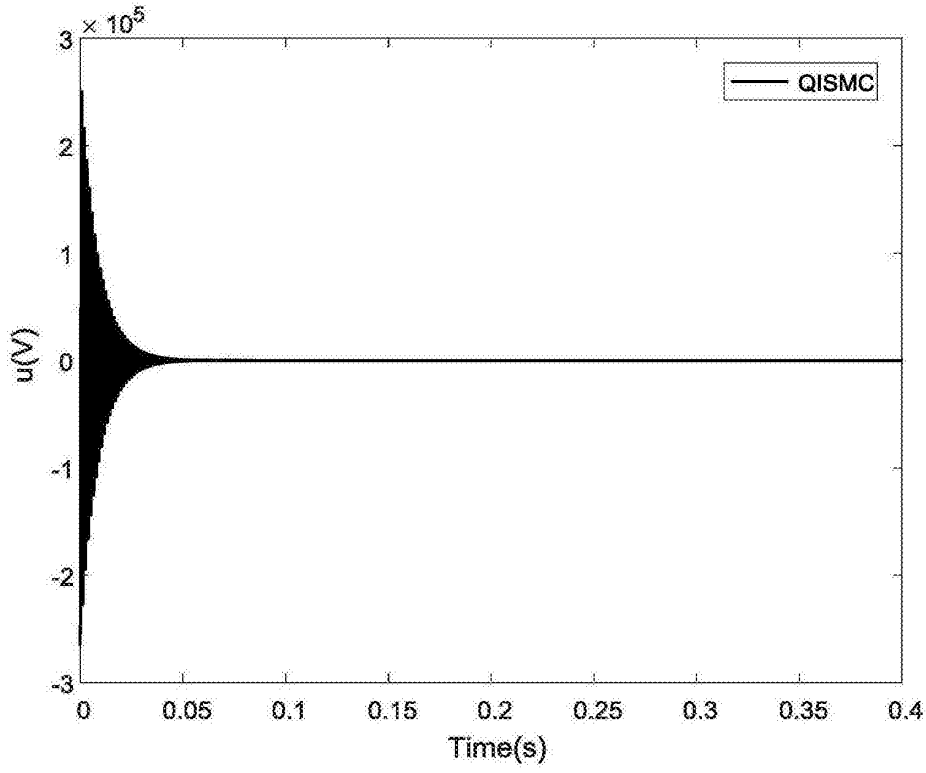


图8

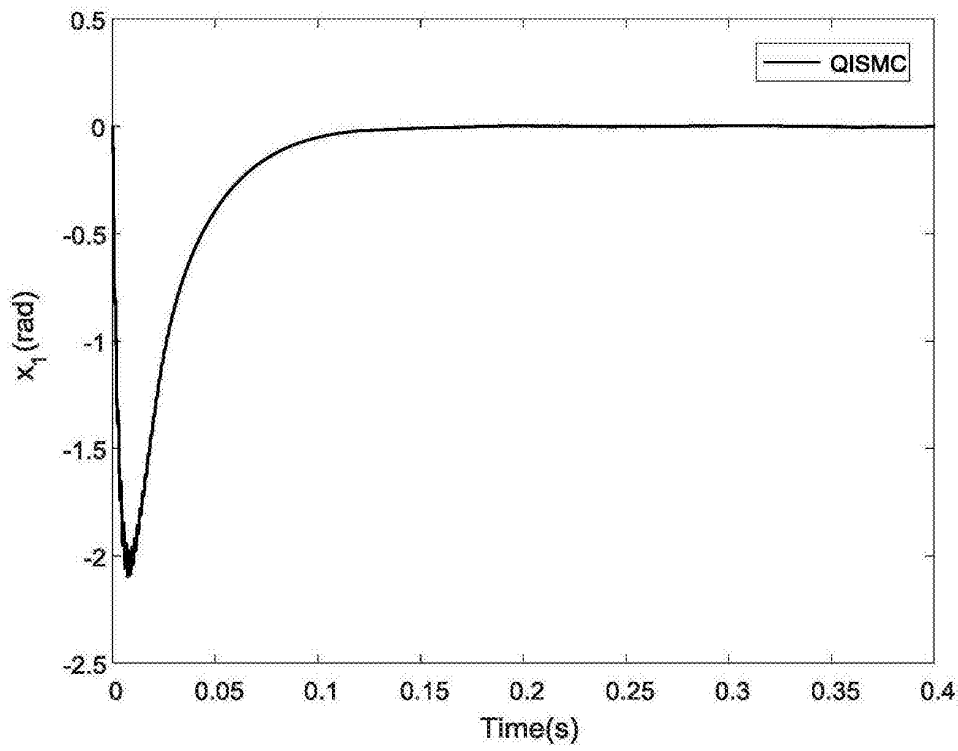


图9

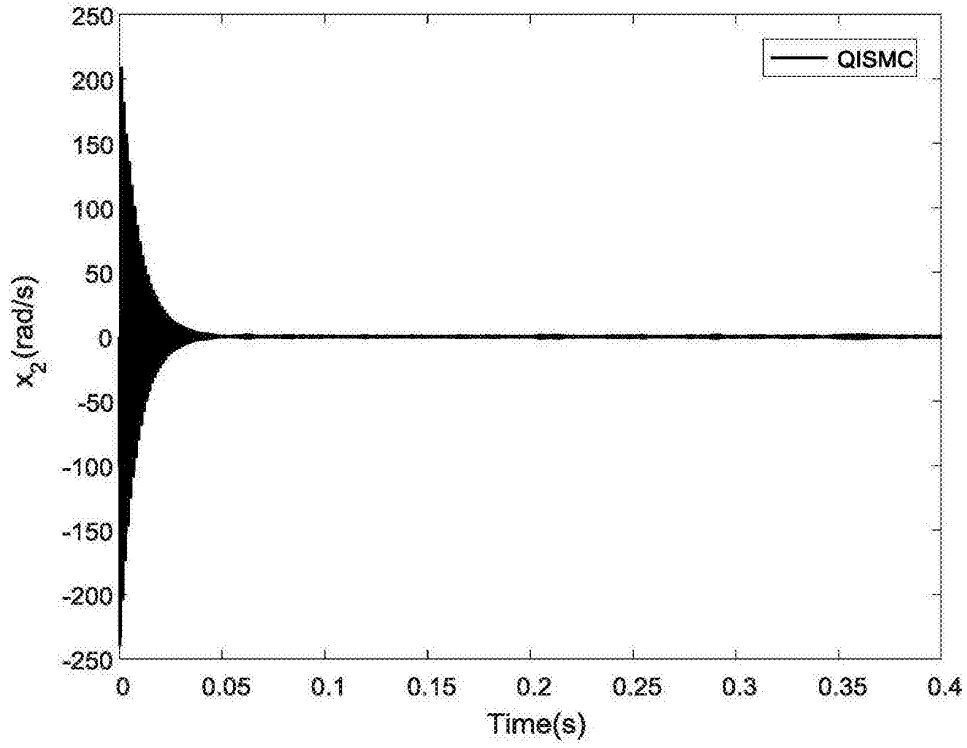


图10

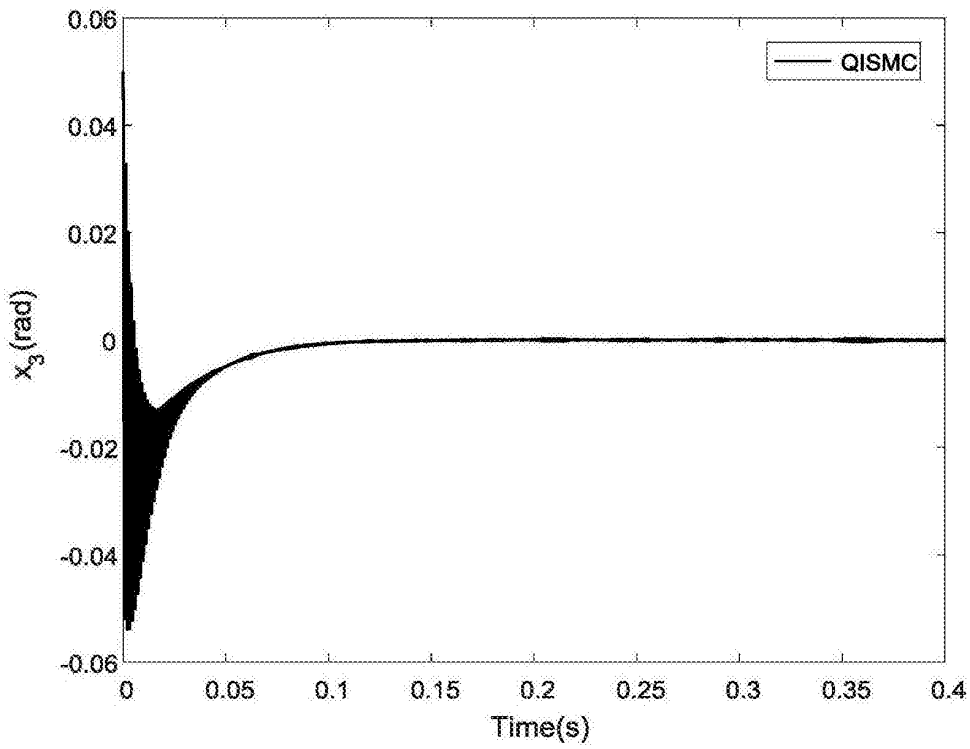


图11

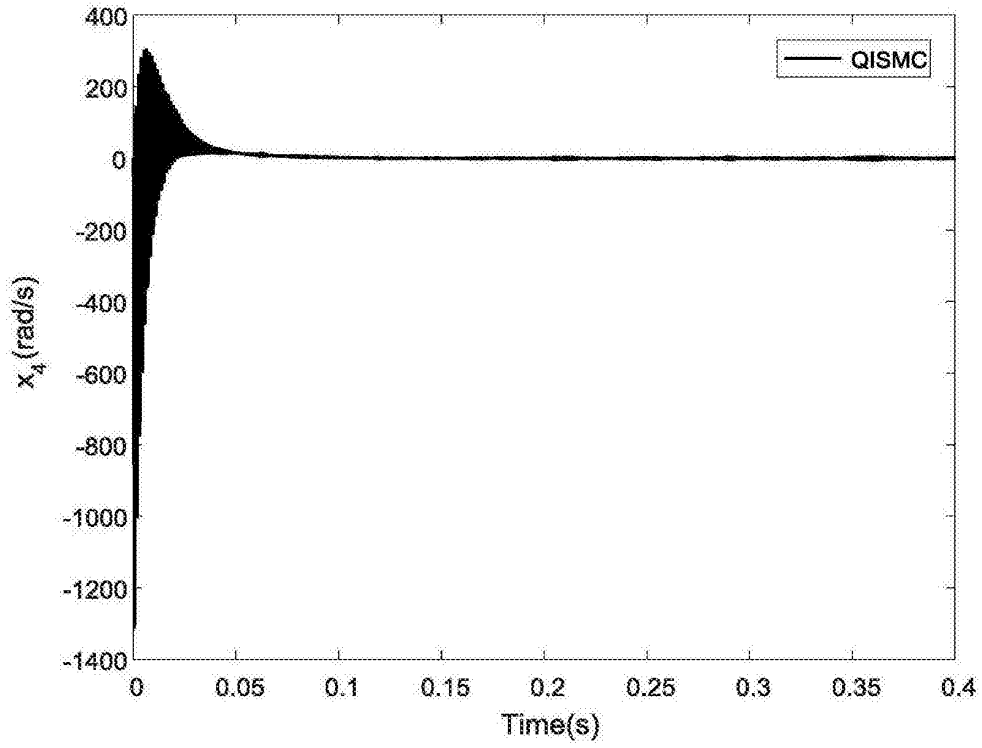


图12

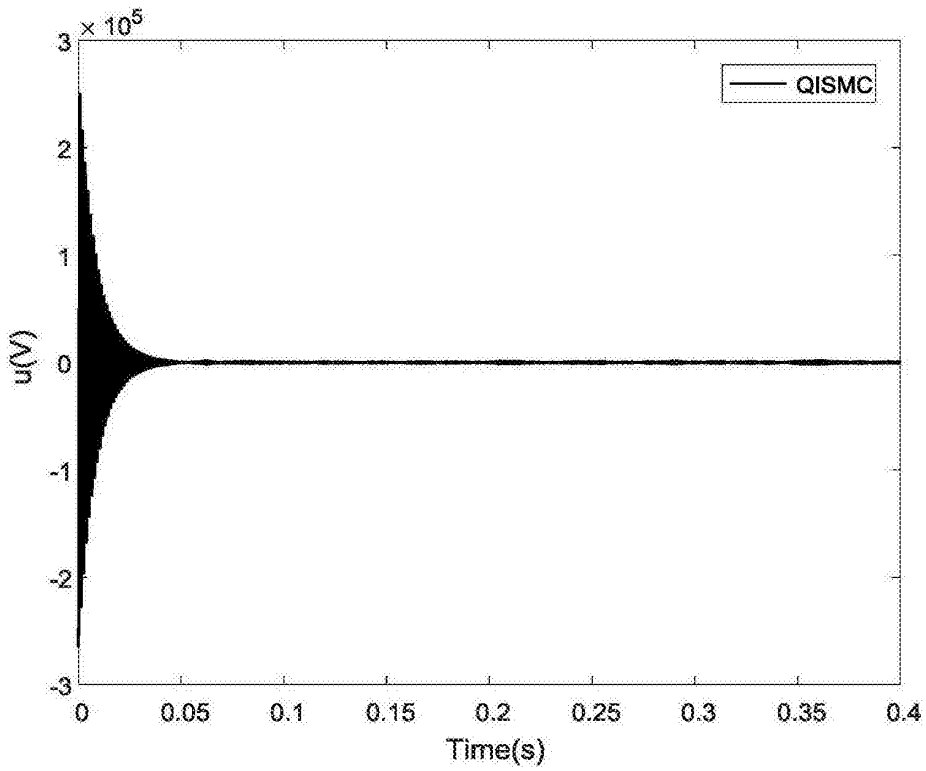


图13