

基于保护映射理论的航空发动机增益调度控制

周 黎^{1,2}, 叶志锋^{1,2}, 肖玲斐^{1,2}, 丁润泽^{1,2}

(1. 南京航空航天大学能源与动力学院, 江苏 南京 210016; 2. 江苏省航空动力系统重点实验室, 江苏 南京 210016)

摘 要: 针对具有强非线性特性的航空发动机控制问题, 提出将基于保护映射理论的控制方法用于航空发动机控制系统设计中。首先, 基于某型涡扇发动机非线性模型建立线性变参数 LPV(linear parameter varying)模型。然后, 采用基于保护映射理论的控制方法设计调度参数变化范围内的增益调度控制器, 在设计过程中, 只需通过任意给定的初始控制器参数就可以自动得到满足性能要求的控制器参数集合, 避免了在多个平衡点进行控制器设计。最后, 以非线性模型为被控对象, 在飞行包线内的不同工作点进行仿真验证, 结果表明, 基于保护映射理论的控制方法在解决航空发动机控制系统的非线性问题时具有显著的效果。

关键词: 航空发动机; 保护映射理论; 增益调度; LPV 模型

中图分类号: V233.7 文献标识码: A 文章编号: 1001-2257(2018)05-0018-005

Gain Scheduling Control for Aeroengine Based on Guardian Maps Theory

ZHOU Li^{1,2}, YE Zhifeng^{1,2}, XIAO Lingfei^{1,2}, DING Runze^{1,2}

(1. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System, Nanjing 210016, China;)

Abstract: A control method based on the guardian maps theory is proposed to solve the highly nonlinear aeroengine control problem. Firstly, linear parameter varying (LPV) model was established according to the nonlinear model of a turbofan engine. Then, based on the guardian maps theory control method, the gain scheduling controller was designed for the LPV model in the range of the scheduling parameter. In the process of design, a set of controller parameters which met the performance requirements was automatically generated by a given arbitrary initial controller parameter, so designing the controller at lots of balanced points was avoided. Finally, the controller was applied to the nonlinear model. Simulations were performed at different points in the flight envelope. The simulation results show that the control method based on guardian maps theory has a significant effect on solving the nonlinear problems of aeroengine control system.

Key words: aeroengine; guardian maps theory; gain scheduling; LPV model

0 引言

航空发动机是一个强非线性的复杂系统, 在范围宽广的飞行包线内工作时, 发动机的工作状态随外界的变化而不断变化。传统非线性系统控制方

法的基本思想为对非线性模型中的一些稳定设计点进行线性化以获得对应各个点的线性模型, 然后针对各线性模型分别设计控制器, 运用拟合或插值的方法将各个控制器联系起来^[1]。在传统变增益控制器的设计过程中, 针对每个设计点设计的控制器

收稿日期: 2018-01-16

作者简介: 周 黎 (1994-), 女, 四川绵阳人, 硕士研究生, 研究方向为航空发动机控制系统设计; 叶志锋 (1962-), 男, 浙江杭州人, 教授, 研究方向为航空发动机控制与液压控制; 肖玲斐 (1982-), 女, 湖南衡阳人, 副教授, 研究方向为航空发动机控制与测试。

能够满足控制系统的性能要求,但是难以保证系统的全局控制性能^[2],且对所选取的设计点数量依赖程度较高。

Saydy 等人提出的保护映射理论可分析参数化矩阵族和多项式的广义稳定性^[3]。参考文献^[4]将保护映射理论第一次用在飞机的控制系统设计中,通过目标稳定区域的确定来表示飞行操纵品质指标。参考文献^[5]将保护映射理论应用在高超声速飞行器的控制方法设计上,使得高超声速飞行器在大范围包线内工作时能够保持稳定。

将基于保护映射理论的控制方法应用于航空发动机控制中,可通过初始控制器直接获得整个调度参数变化范围内的控制器,能够解决传统变增益控制方法所存在的难以保证全局控制性能问题。

1 航空发动机 LPV 模型

航空发动机的 LPV 模型为:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u \\ y = C(\rho)x + D(\rho)u \end{cases} \quad (1)$$

状态向量 $x \in R^n$; 输出向量 $y \in R^m$; 控制向量 $u \in R^p$; 调度参数向量 $\rho \in R^j$; 系数矩阵 $A(\rho), B(\rho), C(\rho)$ 和 $D(\rho)$ 中的所有元素与 ρ 存在函数关系。

研究对象为某型涡扇发动机,其为双转子结构,并以航空发动机最主要的控制通道为例进行控制系统设计。文中所采用的发动机参数均为相似归一化后的相对参数,通过对发动机参数进行相似归一化处理,可以避免各个物理量之间很大的数量级差别而导致建模精度降低。建立线性化模型时,选择输入量为主燃烧室的供油量增量 ΔW_f , 输出量为高压转子转速 Δn_h 增量,状态量为低压转子转速增量 Δn_l 和高压转子转速增量 Δn_h 。

采用的 LPV 建模方法为雅克比线性化建模法^[6],首先,选择高度 $H=0$ km, 马赫数 $Ma=0$ 的工作点为设计点,高压转子转速 n_h 为调度参数,以调度参数 n_h 的变化范围 $[0.85, 1.05]$ 为例,在该区间采用线性化方法^[7]得到不同高压转子转速点的状态变量模型。然后,为提高模型的精确度,将调度参数 n_h 归一化到 $[0, 1]$ 的范围内,即 $\tilde{n}_h \in [0, 1]$ 。最后,对状态变量模型的所有系数矩阵进行三阶多项式拟合,拟合后的模型为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} a_{11}(\tilde{n}_h) & a_{12}(\tilde{n}_h) \\ a_{21}(\tilde{n}_h) & a_{22}(\tilde{n}_h) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_{11}(\tilde{n}_h) \\ b_{21}(\tilde{n}_h) \end{bmatrix} u \\ y = [0 \quad 1]x \end{cases} \quad (2)$$

$x = [\Delta n_l \quad \Delta \tilde{n}_h]^T; u = \Delta W_f; y = \Delta \tilde{n}_h$ 。 $a_{ij}(\tilde{n}_h)$ 和 $b_{ij}(\tilde{n}_h) (i, j = 1, 2)$ 拟合后的表达式为:

$$\begin{cases} a_{11}(\tilde{n}_h) = -20.438\tilde{n}_h^3 + 20.401\tilde{n}_h^2 - 2.747\tilde{n}_h - 4.450 \\ a_{12}(\tilde{n}_h) = -10.111\tilde{n}_h^3 + 9.836\tilde{n}_h^2 - 0.214\tilde{n}_h + 1.562 \\ a_{21}(\tilde{n}_h) = 7.776\tilde{n}_h^3 - 3.333\tilde{n}_h^2 - 3.842\tilde{n}_h + 1.295 \\ a_{22}(\tilde{n}_h) = -5.157\tilde{n}_h^3 - 0.460\tilde{n}_h^2 + 4.665\tilde{n}_h - 3.936 \\ b_{11}(\tilde{n}_h) = -2.513\tilde{n}_h^3 + 7.517\tilde{n}_h^2 - 5.282\tilde{n}_h + 1.458 \\ b_{21}(\tilde{n}_h) = -0.109\tilde{n}_h^3 - 0.128\tilde{n}_h^2 + 0.060\tilde{n}_h + 0.468 \end{cases} \quad (3)$$

为了验证所建 LPV 模型的精度,选择在任意两个转速点 ($n_h=0.974$) 处,使 LPV 模型和非线性模型在相同的阶跃输入下,计算得到高压转子转速响应曲线。响应结果如图 1 所示。

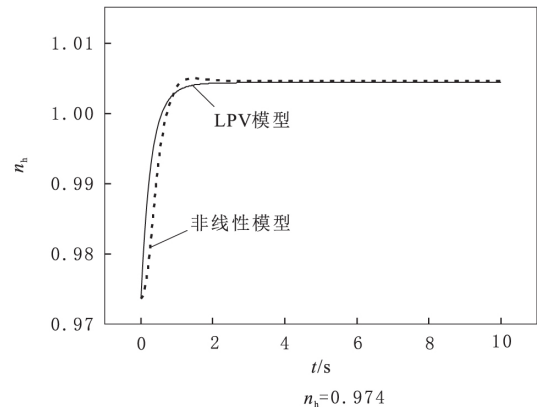


图 1 高压转子转速响应曲线

由图 1 可得,将 LPV 模型与非线性模型的转速阶跃响应进行比较,跟踪效果较好。

2 保护映射理论

矩阵广义稳定性集合 $S(\Omega)$ 表示它所包含的矩阵在 Ω 区域内保持稳定,即矩阵的所有特征值均在 Ω 区域内。

定义 1^[8]: 矩阵 $R^{n \times n}$ 到复数域 C 的映射表示为 $v \circ \partial S$ 表示集合 S 的边界,如果矩阵 $M \in \partial S(\Omega)$ 的充分必要条件为 $v(M) = 0$,则映射 v 是 $S(\Omega)$ 的保护映射,其实质为 $n \times n$ 实矩阵上的标量映射。

如图 2a 所示区域 (即 $Re(z) < \alpha$) 的保护映射为:

$$v_\alpha(M) = \det(M \odot I - \alpha I) \det(M - \alpha I) \quad (4)$$

\odot 表示运算 Bialternate 积。

如图 2b 所示与虚轴负半轴夹角为 θ 的 2 条射线所组成的区域的保护映射为:

$$v_\xi(M) = \det(M^2 \odot I + (1 - 2\xi^2)M \odot M) \det(M) \quad (5)$$

$\xi = \cos \theta$ 。如图 2c 所示半径为 ω 的圆形区域的保护映射为：

$$v_\omega(\mathbf{M}) = \frac{\det(\mathbf{M} \odot \mathbf{M} - \omega^2 \mathbf{I} \odot \mathbf{I}) \det(\mathbf{M} - \omega \mathbf{I}) \det(\mathbf{M} + \omega \mathbf{I})}{\det(\mathbf{M} - \omega \mathbf{I}) \det(\mathbf{M} + \omega \mathbf{I})} \quad (6)$$

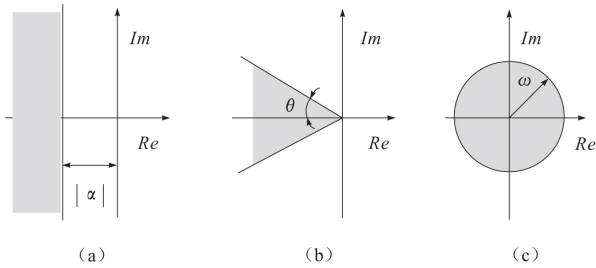


图 2 保护映射的典型区域

其它区域的保护映射表达式，可以根据典型区域通过相关的性质获得，例如：设 $S(\Omega_1), S(\Omega_2), \dots, S(\Omega_n)$ 相应的保护映射为 v_1, v_2, \dots, v_n ，则 $S(\Omega_1 \cap \Omega_2 \dots \cap \Omega_n)$ ，则的保护映射为 $v = v_1 v_2 \dots v_n$ 。

引理^[8]： $\mathbf{M}(x) = \mathbf{M}_0 + x\mathbf{M}_1 + \dots + x^k\mathbf{M}_k$ 表示矩阵多项式， x 为未知的参数； \mathbf{M}_i 为已知的常数矩阵。 $\mathbf{M}(x_0)$ 相对 Ω 区域稳定， v_Ω 为 $S(\Omega)$ 的保护映射，可获得达到控制要求的 $x[x \in (x^-, x^+)]$ 最大范围为：

$$x^- \approx \sup \{x < x_0 : v_\Omega[\mathbf{M}(x)] = 0\} \quad (7)$$

(若不存在，值为 $-\infty$)

$$x^+ \approx \inf \{x > x_0 : v_\Omega[\mathbf{M}(x)] = 0\} \quad (8)$$

(若不存在，值为 $+\infty$)

3 参数整定算法

3.1 活动区域定义

如图 3a 所示的稳定集合区域 Ω 的定义式为 $\Omega \triangleq \Omega(\alpha, \xi, \omega) = \{\lambda \in \mathbf{C}; \text{Re}(\lambda) \leq \alpha, \xi(\lambda) \geq \xi, |\lambda| \leq \omega\}$ (9) $\xi(\lambda)$ 为 λ 的阻尼比。

如图 3b 所示的不稳定集合区域 Ψ 的定义式为 $\Psi \triangleq \Psi(\alpha, \omega) = \{\lambda \in \mathbf{C}; \text{Re}(\lambda) \leq \alpha, |\lambda| \leq \omega\}$ (10)

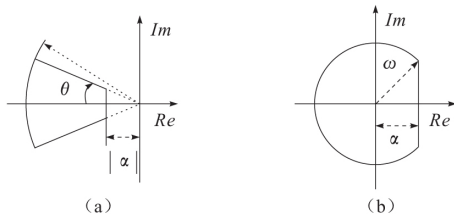


图 3 不同类型的区域

定义 2^[8]：矩阵 \mathbf{M} 为 Hurwitz 稳定矩阵，其所有特征值为 $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ ，区域 $\Omega_\Lambda = \Omega(\alpha_\Lambda,$

$\xi_\Lambda, \omega_\Lambda)$ ，其中， $\alpha_\Lambda = \max\{\text{Re}(\lambda_i)\}$ ， $\xi_\Lambda = \min\{\xi(\lambda_i)\}$ ， $\omega_\Lambda = \max\{|\lambda_i|\}$ 。区域 $\Omega_t = \Omega(\alpha_t, \xi_t, \omega_t)$ 为目标区域，则定义 $\Omega_u = \Omega(\alpha_u, \xi_u, \omega_u)$ ，其中， $\alpha_u = \max\{\alpha_t, \alpha_\Lambda\}$ ， $\xi_u = \min\{\xi_t; \xi_\Lambda\}$ ， $\omega_u = \max\{\omega_t, \omega_\Lambda\}$ 。

定义 3^[8]：矩阵 \mathbf{M} 为 Hurwitz 稳定矩阵，其所有特征值为 $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ ，区域 $\Psi_\Lambda \triangleq \Psi(\alpha_\Lambda, \omega_\Lambda)$ ，其中 $\alpha_\Lambda = \max\{\text{Re}(\lambda_i)\}$ ， $\omega_\Lambda = \max\{|\lambda_i|\}$ 。区域 $\Omega_t = \Omega(\alpha_t, \xi_t, \omega_t)$ 为目标区域，则定义 $\Psi_u = \Psi(\alpha_u, \omega_u)$ ，其中， $\alpha_u = \alpha_\Lambda$ ， $\omega_u = \max\{\omega_t, \omega_\Lambda\}$ 。

3.2 目标区域增益预置算法

基于保护映射理论的目标区域增益预置算法可根据任意选择的初始控制器增益，计算得到控制器增益向量 \mathbf{K} ，使控制系统的闭环极点位于目标区域 $\Omega_t = \Omega(\alpha_t, \xi_t, \omega_t)$ 内。

算法的具体步骤为：

① 设 $\mathbf{K} = [K_j]$ ($j = 1, \dots, m$) 表示控制系统的增益向量， $\mathbf{K}^0 = [K_j^0]$ 表示初始增益向量， $\Omega_t = \Omega(\alpha_t, \xi_t, \omega_t)$ 表示目标区域， $q = r = 0$ ，此时 $\mathbf{K}^q = \mathbf{K}^r = \mathbf{K}^0$ 。

② 计算闭环系统状态矩阵 $\mathbf{A}_d(\mathbf{K}^q)$ 的特征值 $\Lambda^q = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots\}$ ，若 $\Lambda^q \subset \Omega_t$ 则跳出循环。

③ 根据 $\mathbf{A}_d(\mathbf{K}^q)$ 的稳定性来构建新的区域，若稳定，则采用 3.1 中介绍的定义 2 构建 $\Omega_q = \Omega_u = \Omega(\alpha_q, \xi_q, \omega_q)$ ；若 $\mathbf{A}_d(\mathbf{K}^q)$ 不稳定，则采用 3.1 中介绍的定义 3 构建 $\Omega_q = \Psi_u = \Psi(\alpha_q, \omega_q)$ 。

④ 根据构建的新区域 Ω_q 和 \mathbf{K}^q ，进行如下循环迭代过程：

使 K_i^r 为 \mathbf{K}^r 中唯一可变的参数值，此时，保护映射 $v_{\Omega_q}(\mathbf{K}^r)$ 仅和 K_i^r 有关。

根据引理，可得到包含 K_i^r 的最大稳定区间 $[\underline{K}_i^r, \bar{K}_i^r]$ 。令 $K_i^{r+1} = (\underline{K}_i^r + \bar{K}_i^r)/2$ ， $i = 1, 2, \dots, m$ 。

当 $\|\mathbf{K}^r - \mathbf{K}^{r+1}\| \leq \epsilon_k (1 + \|\mathbf{K}^r\|)$ (ϵ_k 为一较小的正数) 时，则跳出循环，令 $\mathbf{K}^{q+1} = \mathbf{K}^{r+1}$ ；否则， $r = r + 1$ ，继续求解。

⑤ 当 $\|\mathbf{K}^q - \mathbf{K}^{q+1}\| \leq \epsilon_k (1 + \|\mathbf{K}^q\|)$ 时，循环结束，否则， $q = q + 1$ ，返回到第 ② 步继续运行。

3.3 单参数模型控制过程

设计满足控制性能要求并与调度参数 $\rho \in [\rho_{\min}, \rho_{\max}]$ 相关的全局控制器是 LPV 模型控制器设计的关键。基于保护映射理论的单参数 LPV 模型的全局控制器设计流程如图 4 所示。

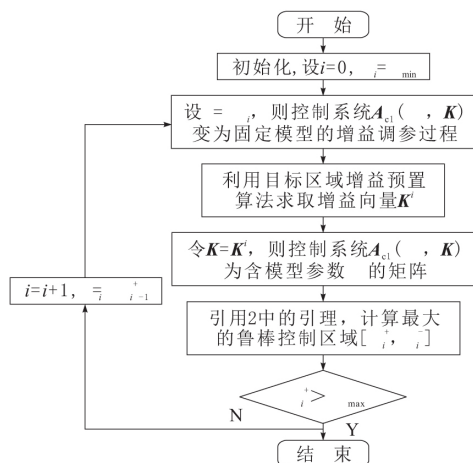


图 4 单参数模型控制流程

算法的具体步骤为:

- ① 设 $A_d(\rho, K)$ 为闭环系统状态矩阵, $K = [K_j]$ ($j=1, \dots, m$) 为控制系统增益向量。首先, 设 $\rho = \rho_0 = \rho_{\min}$, 则控制对象变为固定参数的模型。
- ② 利用 3.2 中的算法求得满足控制要求的增益向量 K^i 。
- ③ 令 $K = K^i$, 此时 $A_d(\rho, K)$ 中的变量仅为调度参数 ρ , 根据引理, 可计算得此时 K^i 对应的满足控制要求的最大调度参数的范围为 $[\rho_i^-, \rho_i^+]$ 。
- ④ 判断 $\rho_i^+ > \rho_{\max}$, 若满足, 则循环结束; 否则, $i = i + 1, \rho_i = \rho_{i-1}^+$ 继续循环。

4 控制器设计与仿真

4.1 控制器设计过程

采用状态反馈控制结构, 且为了使闭环系统的输出稳态误差为 0, 将差值的积分增广成系统的状态量 x_e 。在 LPV 模型的基础上, 所设计的航空发动机控制系统结构如图 5 所示。

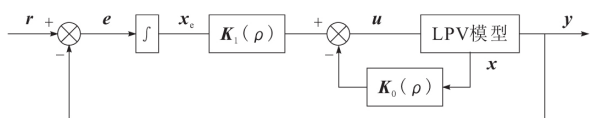


图 5 控制器结构

在航空发动机控制系统的设计过程中, 最重要的是所设计的控制系统应满足性能指标要求, 本文的控制器设计指标考虑衰减系数 α 、阻尼比 ξ 和自然频率 ω 。为保证系统具有良好的性能, 确定 3 个设计指标分别为 $\alpha \leq -1.7, \omega \leq 8, \xi \geq 0.85$ 。根据保护映射性质构建目标区域保护映射为:

$$v_{\Omega_i}(A_d) = v_{\alpha}(A_d)v_{\xi}(A_d)v_{\omega}(A_d) \quad (11)$$

对已建立的地面点 LPV 模型进行控制器设计, 首先, 令 $\tilde{n}_h = 0$, 任意选取控制器增益的初始值为

$K_{01} = K_{02} = K_1 = 1$, 通过 3.2 节的算法可以得到满足要求的控制器参数 $K_{01} = 1.206, K_{02} = 8.889, K_1 = 20.202$ 。其次, 通过引理可以得到该控制器参数能够使系统关于 Ω_i 稳定的最大区间为 $\tilde{n}_h \in [-0.114, 0.096]$ 。然后, 取上限值 $\tilde{n}_h = 0.096$, 根据 3.3 节方法获得控制器参数值, 以及与之对应的稳定区间, 按照这样的流程进行循环计算, 直到 $\tilde{n}_h \in [0, 1]$ 中所有的值均有与之对应的控制器。控制器设计的迭代运算结果如表 1 所示。由表 1 可以看出, 每次计算出的稳定区间存在一定的重合, 为了保证区间相对于稳定区域稳定和控制器的控制效率, 选择在重合区间的中点进行控制器切换。

表 1 控制器设计结果

步数 i	K_{01}	K_{02}	K_1	稳定区间 $[\tilde{n}_h^-, \tilde{n}_h^+]$
1	1.206	8.889	20.202	$[-0.114, 0.096]$
2	0.142	12.578	24.669	$[0.004, 0.200]$
3	2.683	6.446	19.774	$[0.122, 0.259]$
4	1.472	12.561	44.655	$[0.238, 0.871]$
5	0.131	14.697	30.555	$[0.851, 0.894]$
6	1.168	8.488	32.314	$[0.882, 1.034]$

根据所设计的控制器计算不同转速下的闭环系统极点, 其分布图如图 6 所示, 可以看出闭环系统极点均位于目标区域内, 达到了预期的设计目标。

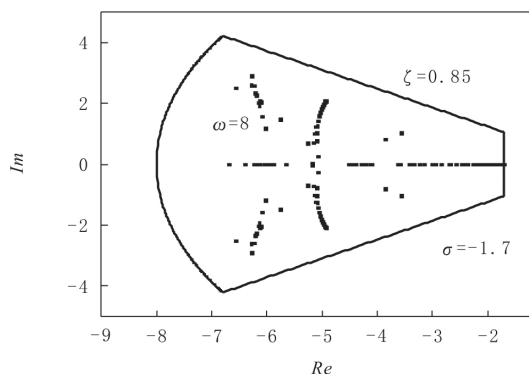


图 6 闭环系统极点分布

4.2 仿真结果分析

为了验证所设计的控制器性能, 以发动机非线性模型为被控对象来进行仿真分析。选取采用传统变增益控制方法设计的在航空发动机控制中运用较多的 PI 控制器作为比较对象, 其设计方法为: 在相对高压转子转速变化区间内等间距的 10 个点处, 通过遗传算法^[9]整定 PI 参数值, 最后采用插值的方法将各个点的控制器联系起来。 $H=0$ km, $Ma=0$ 点的阶跃仿真结果如图 7 和图 8 所示。在 $H=$

6 km, $Ma=0.6$ 点采用相同的方法设计控制器并进行阶跃仿真,其仿真结果如图 9 和图 10 所示。

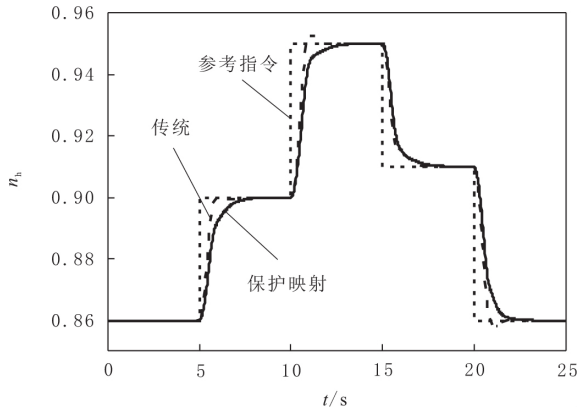


图 7 $H=0$ km, $Ma=0$ 处高压转子转速阶跃响应结果

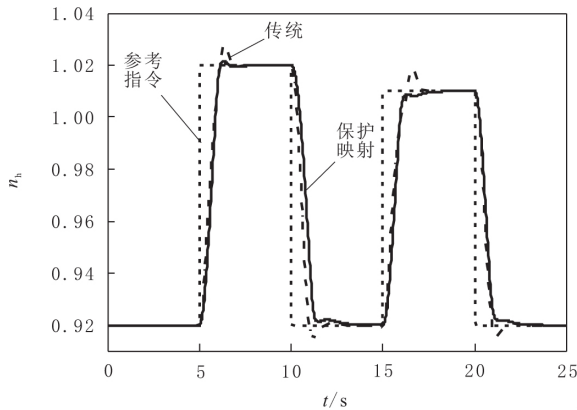


图 8 $H=0$ km, $Ma=0$ 处高压转子转速大范围阶跃响应结果

由图 7~图 10 可以看出,基于保护映射理论设计的增益调度控制器的控制效果与传统变增益控制方法设计的控制器的控制效果相比,具有更好的动态响应,且对参考指令信号的跟踪迅速且平稳。在基于保护映射理论设计的控制器增益的控制下,系统响应曲线的调节时间小于 2 s,超调量小于 1%,稳态误差为 0,满足控制系统性能要求。

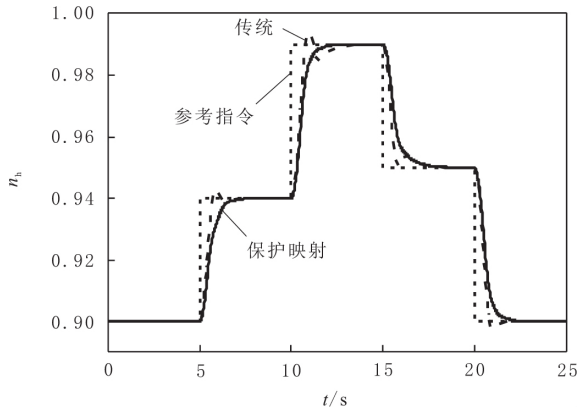


图 9 高压转子转速阶跃响应结果

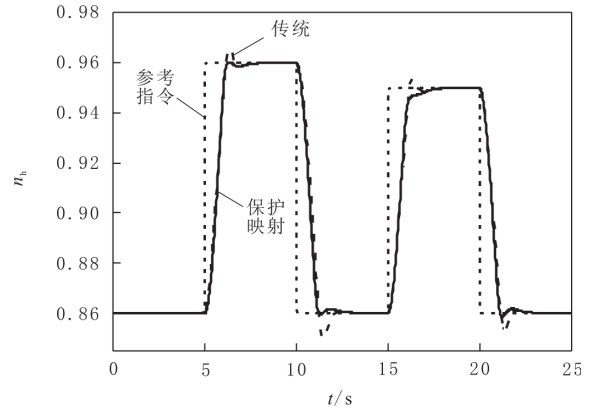


图 10 高压转子转速大范围阶跃响应结果

5 结束语

针对航空发动机变增益控制中存在的全局控制性能问题,将基于保护映射理论的控制方法用于航空发动机的控制系统设计中,它是一种综合设计方法,可以自动地获得全局控制器参数,避免了传统变增益控制方法在各设计点分别设计控制器的不足,保证了全局控制性能。在航空发动机非线性模型上的仿真结果表明其具有良好的控制效果。

参考文献:

- [1] 姜锐. 航空发动机线性变参数控制方法研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2015.
- [2] LU B, WU F, KIM S W. Switching LPV control for high performance tactical aircraft [R]. AIAA-2010-7903, 2010.
- [3] SAYDY L, ANDRE L T, EYAD H A. Guardian maps and the generalized stability of parametrized families of matrices and polynomials[J]. Mathematics of Control Signals and Systems, 1990, 3(4): 345-371.
- [4] SAUSSIE D, SAYDY L, AKHRIF O, et al. Gain scheduling with guardian maps for longitudinal flight control[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2011, 34(4): 1-15.
- [5] 刘梦影, 刘燕斌, 肖地波, 等. 高超声速飞行器应用保护映射的大包线控制律[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(11): 1540-1550.
- [6] 樊思齐, 李华聪, 樊丁, 等. 航空发动机控制[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2008.
- [7] 冯正平, 孙健国. 航空发动机小偏差状态变量模型的建立方法[J]. 推进技术, 2001, 22(1): 54-57.
- [8] 李臣亮, 刘燕斌, 彭福军, 等. 保护映射理论在火星无人机鲁棒自适应控制的应用[J]. 宇航学报, 2014, 35(11): 1261-1269.
- [9] 刘金琨. 先进 PID 控制 MATLAB 仿真[M]. 第 3 版. 北京:电子工业出版社, 2011.